

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC./B.SC.B.Ed. Semester-I (WINTER-2019)

BSMT111 ALGEBRA

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (A) or (B) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (अ) अथवा (ब) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A / भाग - अ

- Define characteristic vector. अभिलाक्षणिक सदिश को परिभाषित कीजिए।
 - Define partial order relation. आंशिक क्रम संबंध को परिभाषित कीजिए।
 - Define permutation group. चक्रीय समूह को परिभाषित कीजिए।
 - Define semi group. सेमी ग्रुप को परिभाषित कीजिए।
 - Define sub group. उप समूह को परिभाषित कीजिए।
 - State D'Alembert's ratio test. दालैम्बर के अनुपात परीक्षण का कथन दीजिए।
 - Explain alternating series. एकांतर श्रेणी को समझाइए।
 - State De'Morgan and Bertrand's test. डी'मॉर्गन एवं बर्ट्रान्डस परीक्षण का कथन लिखिए।
 - Solve the equation $x^3 - 7x^2 + 36 = 0$ when one root is double of another.
समीकरण $x^3 - 7x^2 + 36 = 0$ को हल कीजिए, जबकि एक मूल दुसरे से दुगुना हो।
 - Write the condition of convergence for the hyper harmonic series.
हाइपर हारमोनिक श्रेणी के अभिसरण की शर्त लिखिए।

PART – B / भाग - ब

- Determine the eigenvalues and eigenvectors of the matrix A, where:
मैट्रिक्स A के अभिलाक्षणिक मूल तथा संगत अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए, जहां:
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

OR
 - Solve the equation $x^3 - 12x - 65 = 0$ by Cardaon's method.
समीकरण $x^3 - 12x - 65 = 0$ को कार्डेन विधि से हल कीजिए।
- Prove that if for every element 'a' of group $\langle G, \cdot \rangle, a^2 = e$, then show that 'G' is an abelian group.
यदि किसी ग्रुप $\langle G, \cdot \rangle$ के प्रत्येक अवयव 'a' के लिए $a^2 = e$ तब सिद्ध कीजिए कि 'G' एक आबेली ग्रुप है।
OR
 - Prove that if $0(a)$ denotes the order of 'a' in 'G' then show that $0(xax^{-1}) = 0(a), \forall x \in G$
सिद्ध कीजिए कि ग्रुप 'G' के अवयव 'a' की कोटि यदि $0(a)$ से प्रदर्शित हो तो सिद्ध कीजिए कि $0(xax^{-1}) = 0(a), \forall x \in G$

4. i If 'H' be a subgroup of a group 'G' and $a, b \in G$ then prove that:
यदि समूह 'G' का एक उपसमूह 'H' है और $a, b \in G$ तो सिद्ध कीजिए कि:
- (a) $Ha = Hb \Leftrightarrow ab^{-1} \in H$
(b) $aH = Ha \Leftrightarrow b^{-1}a \in H$

OR

- ii Prove that the following group are cyclic and find their generators:
सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित चक्रीय ग्रुप है तथा इनके जनक भी ज्ञात कीजिए:
- (a) $G = \{1, -1, i, -i\}$
(b) $G = \{1, 2, 3, 4, x_5\}$

5. i Test the convergence of the following series: $\sum \frac{1}{n} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$
निम्न श्रेणी के अभिसरण का परीक्षण कीजिए: $\sum \frac{1}{n} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

OR

- ii Test the convergence of the following series: $\sum \left(\frac{hx}{n+1}\right)^n$
निम्न श्रेणी के अभिसरण का परीक्षण कीजिए: $\sum \left(\frac{hx}{n+1}\right)^n$

6. i Test the convergence of the following series: $1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{5} + \frac{x^3}{10} + \dots + \frac{x^n}{n^2+1} + \dots$
निम्न श्रेणी के अभिसरण का परीक्षण कीजिए: $1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{5} + \frac{x^3}{10} + \dots + \frac{x^n}{n^2+1} + \dots$

OR

- ii Test the convergence of the following series: $1 + \frac{2x}{2!} + \frac{3^2x^2}{3!} + \frac{4^3x^3}{4!} + \dots$
निम्न श्रेणी के अभिसरण का परीक्षण कीजिए: $1 + \frac{2x}{2!} + \frac{3^2x^2}{3!} + \frac{4^3x^3}{4!} + \dots$

PART - C / भाग - स

7. Find out the inverse of the following matrix A with the help of Cayley-Hamilton theorem.
कैले- हैमिल्टन प्रमेय की सहायता से निम्न लिखित मैट्रिक्स A का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

8. The set $\{1, -1, i, -i\}$ is a finite abelian group for multiplication of complex numbers. Prove it.
समुच्चय $\{1, -1, i, -i\}$ सम्मिश्र संख्याओं के गुणन के लिए एक सीमित अबेलियन ग्रुप है। सिद्ध कीजिए।

9. Find $\sigma^{-1}\rho\sigma$ when: $\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 9 & 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ and $\sigma = (1 \ 3 \ 4)(5 \ 6)(2 \ 7 \ 8 \ 9)$
 $\sigma^{-1}\rho\sigma$ ज्ञात कीजिए जबकि $\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 9 & 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ तथा $\sigma = (1 \ 3 \ 4)(5 \ 6)(2 \ 7 \ 8 \ 9)$

10. Examine the convergence of the following series:
निम्न श्रेणी के अभिसरण की जांच कीजिए:

$$x + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{x^7}{7} + \dots$$

11. Prove that the following series is divergent:
सिद्ध कीजिए कि निम्न श्रेणी अपसारी है:

$$\frac{1^2}{2^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \dots$$

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC./B.SC. B.Ed. Semester-I (WINTER-2019)

BSMT112 DIFFERENTIAL CALCULUS

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A

भाग - अ

- Write the geometrical meaning of Rolle's theorem. रोल प्रमेय का ज्यामितीय अर्थ लिखिए।
 - Calculate $\frac{ds}{d\theta}$ for the curve $r = ae^{\theta \cot \alpha}$. वक्र $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ के लिए $\frac{ds}{d\theta}$ का मान ज्ञात कीजिए।
 - Find the value of ϕ for the curve $\frac{2a}{r} = 1 + \cos \theta$. वक्र $\frac{2a}{r} = 1 + \cos \theta$ के लिए ϕ का मान ज्ञात कीजिए।
 - For a cardioid $r = a(1 - \cos \theta)$, prove that $\phi = \frac{\theta}{2}$. हृदयाभ $r = a(1 - \cos \theta)$, के लिए सिद्ध कीजिए कि $\phi = \frac{\theta}{2}$
 - Show that $\sin x(1 + \cos x)$, is maximum at $x = \frac{\pi}{3}$. प्रदर्शित कीजिए कि $\sin x(1 + \cos x)$, $x = \frac{\pi}{3}$ पर उच्चिष्ठ है।
 - Find the asymptote of the following curve: $x^3 + y^3 - 3axy = 0$.
निम्न वक्र की अनन्त स्पर्शियां ज्ञात कीजिए $x^3 + y^3 - 3axy = 0$
 - Write the necessary and sufficient condition for $f(a, b)$ to be an extreme value of $f(x, y)$.
 $f(a, b)$ पर फलन $f(x, y)$ के चरम मान होने का आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध लिखिए।
 - Write the necessary condition for the existence of double points of the curve $f(x, y) = 0$.
वक्र $f(x, y) = 0$ के द्विक बिन्दु विद्यमान होने का आवश्यक प्रतिबन्ध लिखिए।
 - Find the radius of curvature at any point (S, ψ) of the curve $S = c \log \sec \psi$.
वक्र $S = c \log \sec \psi$ के किसी बिन्दु (S, ψ) पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
 - Define node, write the condition for node on curve $f(x, y) = 0$.
नोड को परिभाषित कीजिए, वक्र $f(x, y) = 0$ पर नोड होने का प्रतिबन्ध लिखिए।

PART – B

भाग - ब

- If $u = \tan^{-1} \left(\frac{x^3 + y^3}{x + y} \right)$, then prove that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$.
यदि $u = \tan^{-1} \left(\frac{x^3 + y^3}{x + y} \right)$, हो तो सिद्ध कीजिए कि $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$
OR
 - Find the pedal equation of the polar curve $r^n = a^n \cos n\theta$.
ध्रुवीय वक्र $r^n = a^n \cos n\theta$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

3. i Prove that the radius of curvature at a point $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ on the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ is $\left(\frac{3a}{2}\right)\sin 2\theta$.
सिद्ध कीजिए कि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ के बिन्दु $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ पर वक्रता त्रिज्या $\left(\frac{3a}{2}\right)\sin 2\theta$ होती है।
OR
- ii If $u = f(x, y, z)$ is a homogenous function of x, y, z in degrees n , then prove that:
यदि x, y, z का एक समघाती फलन $u = f(x, y, z)$ है, जिसकी कोटि n है, तो सिद्ध कीजिए कि:
$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z} = nf$$
4. i Find the maximum and minimum value of u , where $u = \sin x \sin y \sin(x + y)$.
 u का उच्चिष्ठ तथा निम्नतम मान ज्ञात कीजिए जहाँ $u = \sin x \sin y \sin(x + y)$
OR
- ii Find the maxima and minima of $u = x^2 + y^2 + z^2$ subject to the conditions $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ and $lx + my + nz = 0$
प्रतिबंधों $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ तथा $lx + my + nz = 0$ के अंतर्गत $u = x^2 + y^2 + z^2$ के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए।
5. i Determine the existence and nature of the double points on the curve $(x - 2)^2 = y(y - 1)^2$.
वक्र $(x - 2)^2 = y(y - 1)^2$ द्विक बिन्दुओं की अस्तित्व एवं उनकी प्रकृति का निर्धारण कीजिए।
OR
- ii Trace the folium of Descartes, where: $x^3 + y^3 = 3axy$.
डिकार्टेस के फोलियम का अनुरेखण कीजिए, जहाँ: $x^3 + y^3 = 3axy$
6. i From any point on the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ perpendiculars are drawn to the axes, and the feet of these perpendiculars are joined. Show that the straight line thus formed always touches the curve $\left(\frac{x}{a}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2/3} = 1$.
दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के किसी बिन्दु से अक्षों पर लम्ब खींचे गए हैं और लम्ब पाद मिला दिए गए हैं। सिद्ध कीजिए कि इस प्रकार प्राप्त रेखा, वक्र $\left(\frac{x}{a}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2/3} = 1$ को सदैव स्पर्श करती है।
OR
- ii Find the envelope of the family of line $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, where the parameters a and b are connected by the following relation: $a^m b^n = c^{m+n}$.
सरल रेखाओं $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ के कुल का अन्वालोप ज्ञात कीजिए, जहाँ a तथा b प्राचलों में निम्न सम्बन्ध है:
 $a^m b^n = c^{m+n}$

PART - C

भाग - स

7. Find the pedal equation of the ellipse $\frac{l}{r} = 1 + e \cos\theta$; ($e < 1$) is $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{l^2}(\frac{2l}{r} - 1 + e^2)$
सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्त $\frac{l}{r} = 1 + e \cos\theta$; ($e < 1$) का पदिक समीकरण होगा $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{l^2}(\frac{2l}{r} - 1 + e^2)$
8. If $u = (1 - 2xy + y^2)^{-1/2}$, then prove that $\frac{\partial}{\partial x}[(1 - x^2)\frac{\partial u}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y}[y^2\frac{\partial u}{\partial x}] = 0$.
यदि $u = (1 - 2xy + y^2)^{-1/2}$ तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{\partial}{\partial x}[(1 - x^2)\frac{\partial u}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y}[y^2\frac{\partial u}{\partial x}] = 0$
9. Find the volume of greatest rectangular parallelepiped inscribed in the ellipsoid whose equation is $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.
अधिकतम आयतन वाला वह आयतफल ज्ञात कीजिए जो दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ के अंतर्गत बनाया गया है।
10. Find the evolutes of parabola $x^2 = 4ay$. परवलय $x^2 = 4ay$ का केन्द्रज ज्ञात कीजिए।
11. Prove that the curve $y^2 = bx \tan(x/a)$ has node or conjugate point at the origin according as a and b have like or unlike signs.
सिद्ध कीजिए कि वक्र $y^2 = bx \tan(x/a)$ मूल बिन्दु पर a तथा b के समान चिन्ह होने या विपरीत चिन्ह होने के अनुसार क्रमशः नोड या वियुक्त बिन्दु होगा।

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC./B.SC. B.Ed. Semester-I (WINTER-2019)

BSMT113 CO-ORDINATE GEOMETRY IN 2-DIMENSIONS AND 3-DIMENSIONS

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (A) or (B) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (अ) अथवा (ब) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A / भाग - अ

- Write the parametric equation of the ellipse. दीर्घवृत्त की प्राचलिक समीकरण लिखिए।
 - Define director circle. नियामक वृत्त को परिभाषित कीजिए।
 - Define conic section. शाकव परिच्छेद को परिभाषित कीजिए।
 - Write polar equation of a straight line. सरल रेखा का ध्रुवीय समीकरण लिखिए।
 - Define focal chord. नाभीय जीवा को परिभाषित कीजिए।
 - Define plane section of a sphere. गोले के समतलीय परिच्छेद को परिभाषित कीजिए।
 - Define polar section of a sphere. गोले के ध्रुवीय तल को परिभाषित कीजिए।
 - Define enveloping cone. अन्वालोपी शंकु को परिभाषित कीजिए।
 - Define right circular cylinder. लम्बवृत्तीय बेलन को परिभाषित कीजिए।
 - For which condition the equation $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ represents rectangular hyperbola? समीकरण $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ किस प्रतिबन्ध के लिए आयतीय अतिपरवलय को प्रदर्शित करेगा?

PART – B / भाग - ब

- Find the eccentricity, length of latus rectum and co-ordinates of the foci of the following ellipse:
निम्न दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता, नाभिलम्ब और नाभिलम्ब के निर्देशांक ज्ञात कीजिए:
 $3x^2 + 4y^2 - 12x - 8y + 4 = 0$
OR
 - CP and CD be any two conjugate semi-diameters of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, prove that the locus of the points of intersection of the circles on CP and CD as diameters is $2(x^2 + y^2) = a^2x^2 + b^2y^2$.
CP और CD दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, के दो संयुग्मी अर्धव्यास हैं, तो सिद्ध कीजिए कि CP और CD को व्यास मान कर खींचे गए वृत्तों के प्रतिच्छेद बिन्दु का बिन्दुपथ $2(x^2 + y^2) = a^2x^2 + b^2y^2$ होगा।
- Find the centre and the equation to the conic referred to the centre as origin:
शाकव के केन्द्र के निर्देशांक तथा इसके केन्द्र को मूल बिन्दु मान कर शाकव का समीकरण ज्ञात कीजिए:
 $13x^2 - 18xy + 37y^2 + 2x + 14y - 2 = 0$
OR
 - Find the equation and the length of the axes of the conic $8x^2 - 4xy + 5y^2 - 16x - 14y + 17 = 0$.
शाकव $8x^2 - 4xy + 5y^2 - 16x - 14y + 17 = 0$ के अक्षों की समीकरण तथा लम्बाईयाँ ज्ञात कीजिए।

4. i Find the polar equation of a conic, the focus being the pole.
शाकव का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात कीजिए, जबकि ध्रुव शाकव की नाभि पर स्थित हो।
OR
- ii Find the condition that the straight line $\frac{l}{r} = A \cos\theta + b \sin\theta$ may touch the circle $r = 2a \cos\theta$.
वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए जबकि सरल रेखा $\frac{l}{r} = A \cos\theta + b \sin\theta$, वृत्त $r = 2a \cos\theta$ को स्पर्श करें।
5. i Plane $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ meets the axes in A, B and C respectively, then find the equation of the sphere OABC.
समतल $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ निर्देशांकों को क्रमशः A, B और C पर मिलता है, गोले OABC का समीकरण ज्ञात कीजिए।
OR
- ii Find the equation of the sphere having the circle $x^2 + y^2 + z^2 + 10y - 4z = 8$, $x + y + z = 3$ as a big circle.
गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 + 10y - 4z = 8$, $x + y + z = 3$ एक बृहत् वृत्त हो।
6. i Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to the line, $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ and whose guiding curve is the ellipse $x^2 + 2y^2 = 1, z = 0$.
उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी जनक रेखाएं $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ के समान्तर हैं तथा जिसका निर्देशांक वक्र $x^2 + 2y^2 = 1, z = 0$ है।
OR
- ii Find the equation of the right circular cylinder whose guiding circle is $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x - 2y + 2z = 3$.
किसी लम्बवृत्तीय बेलन का निर्देशांक वक्र $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x - 2y + 2z = 3$ है, उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए।

PART - C / भाग - स

7. If $(a \sec\theta, b \tan\theta)$ and $(a \sec\phi, b \tan\phi)$ are the end points of a focal chord of the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, then prove that $\tan\frac{\theta}{2} \tan\frac{\phi}{2} + \frac{e-1}{e+1} = 0$.
यदि अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ की किसी नाभीय जीवा के सिरों के निर्देशांक $(a \sec\theta, b \tan\theta)$ और $(a \sec\phi, b \tan\phi)$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\tan\frac{\theta}{2} \tan\frac{\phi}{2} + \frac{e-1}{e+1} = 0$
8. Find the nature of the conic represented by the equation $x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 1 = 0$ and also trace it.
समीकरण $x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 1 = 0$ द्वारा प्रदर्शित शाकव की प्रकृति ज्ञात कीजिए एवं इसका अनुरेखन भी कीजिए।
9. Prove that the equation of the director circle of the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos\theta$ is $r^2(1 - e^2) + 2ler \cos\theta - 2l^2 = 0$.
सिद्ध कीजिए कि शाकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos\theta$ के नियामक वृत्त का समीकरण $r^2(1 - e^2) + 2ler \cos\theta - 2l^2 = 0$ होगा।
10. Find the equations of the tangent line to the circle $x^2 + y^2 + z^2 + 5x - 7y + 2z - 8 = 0$, $3x - 2y + 4z + 3 = 0$ at the point $(-3, 5, 4)$.
वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 + 5x - 7y + 2z - 8 = 0$, $3x - 2y + 4z + 3 = 0$ के बिन्दु $(-3, 5, 4)$ पर स्पर्श रेखा के समीकरण ज्ञात कीजिए।
11. The section of a cone whose vertex is P and guiding curve is the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z = 0$ by the plane $x = 0$ is a rectangular hyperbola. Show that the locus of P is $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2+z^2}{b^2} = 1$.
शंकु जिसका शीर्ष P है तथा निर्देशांक वक्र $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z = 0$ है, का $x = 0$ समतल से परिच्छेद समकोणिक अतिपरवलय है। सिद्ध कीजिए कि शंकु के शीर्ष P का बिन्दु पथ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2+z^2}{b^2} = 1$ से प्रदर्शित होता है।

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.A./B.A.Ed./B.SC. / B.SC. B.Ed./B.Com Semester-II (SUMMER-2019)

BES231 ENVIRONMENTAL STUDIES

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A / भाग - अ

- Define the following: निम्नलिखित को परिभाषित कीजिए:
 - Ozone layer depletion ओजोन परत रिक्तिकरण
 - Nuclear disaster परमाणु तबाही
 - Natural resources प्राकृतिक संसाधन
 - Ecological pyramid पारिस्थितिक पिरामिड
 - Food chain खाद्य श्रृंखला
 - In situ conservation इन सीटू संरक्षण
 - Give any two factors responsible for soil pollution. मिट्टी प्रदूषण के लिए जिम्मेदार कोई दो कारक बताइए।
 - Give any two suggestions to prevent noise pollution. ध्वनि प्रदूषण को रोकने के लिए कोई दो सुझाव बताइए।
 - Give the names of any two extinct species. किन्हीं दो विलुप्त प्रजातियों के नाम बताइए।
 - Give any two methods to conserve non renewable resources.
अनवीकरणीय संसाधनों के संरक्षण के कोई दो तरीके बताइए।

PART – B / भाग - ब

- Write in short on social issues of environment.
पर्यावरण के सामाजिक मुद्दों पर संक्षेप में लिखिए।
 - OR
 - What are the effects of global warming?
ग्लोबल वार्मिंग के क्या प्रभाव होते हैं?
- Mention the major environmental impacts of mining.
खनन के प्रमुख पर्यावरणीय प्रभावों का उल्लेख कीजिए।
 - OR
 - What is the role of an individual in conservation of natural resources?
प्राकृतिक संसाधनों के संरक्षण में एक व्यक्ति की भूमिका क्या है?

4. i Give an account of energy flow in an ecosystem.
परिस्थितिकी तंत्र में ऊर्जा के प्रवाह का लेखा-जोखा दीजिए।
OR
- ii What are the benefits of ecosystem?
एक पारिस्थितिकी तंत्र के क्या लाभ होते हैं?
5. i Write a short note on human wildlife conflicts.
मानव वन्य जीवन-संघर्ष पर एक संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए।
OR
- ii Do you think biodiversity is important? If yes, why?
क्या आपको लगता है कि जैव विविधता महत्वपूर्ण है। यदि हाँ, क्यों?
6. i Write a short note on effect of firecrackers pollution on human health.
मानव स्वास्थ्य पर पटाखों के कारण होने वाले प्रदूषण के प्रभाव पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए।
OR
- ii What do you understand by Solid Waste Management?
ठोस कचरा प्रबंधन से आप क्या समझते हैं?

PART – C / भाग - स

7. Write short notes on: टिप्पणी लिखिए:
(a) Scope of environmental studies पर्यावरण अध्ययन का दायरा
(b) Causes and effects of acid rain अम्ल वर्षा के कारण और प्रभाव
8. Write short notes on: टिप्पणी लिखिए:
(a) Conservation of water जल का संरक्षण
(b) Food resource खाद्य संसाधन
9. What is an aquatic ecosystem? Write in detail about the characteristic feature and types of aquatic ecosystem.
एक जलीय पारिस्थितिकी तंत्र क्या है? जलीय पारिस्थितिकी तंत्र की विशेषताओं और प्रकार के बारे में विस्तार से लिखिए।
10. What do you understand by endangered and endemic species of India? How does over exploitation of natural resources lead to extinction of species?
भारत के विलुप्त प्राय प्रजातियां और स्थानिक प्रजातियों से आप क्या समझते हैं? प्राकृतिक संसाधनों के अत्यधिक दोहन के कारण प्रजातियां विलुप्त कैसे हो रही हैं?
11. Write an essay on causes of water pollution and its effect.
जल प्रदूषण के कारण और उसके प्रभाव पर निबंध लिखिए।

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC. / B.Sc. B.Ed. Semester-II (SUMMER-2019)
BSMT211 DIFFERENTIAL EQUATIONS

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A**भाग - अ**

- Define order and degree of differential equation. अवकलन समीकरण की कोटि तथा घात को परिभाषित कीजिए।
 - Solve: हल कीजिए: $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$
 - Solve: हल कीजिए: $P^2 - 9P + 18 = 0$
 - Solve: हल कीजिए: $y = px + \log p$
 - Solve: हल कीजिए: $\frac{d^3y}{dx^3} - 6\frac{d^2y}{dx^2} + 11\frac{dy}{dx} - 6y = 0$
 - Solve: हल कीजिए: $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$
 - Solve: हल कीजिए: $(D^2 - 9)y = 0$
 - Solve (only one part of C.F.): $x \frac{d^2y}{dx^2} - (2x - 1)\frac{dy}{dx} + (x - 1)y = 0$
हल कीजिए (C.F. का एक भाग): $x \frac{d^2y}{dx^2} - (2x - 1)\frac{dy}{dx} + (x - 1)y = 0$
 - Solve: हल कीजिए: $(x + 2)\frac{d^2y}{dx^2} - (2x + 5)\frac{dy}{dx} + 2y = 0$
 - Solve: हल कीजिए: $(D^3 + D)y = 0$

PART – B**भाग - ब**

- Solve: हल कीजिए: $y \sin 2x dx - (1 + y^2 + \cos^2 x) dy = 0$
OR
 - Solve: हल कीजिए: $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{1+x} \tan y = (1 + x) e^x \sec y$
- Solve: हल कीजिए: $P^2 + 2Py \cot x = y^2$
OR
 - Solve: हल कीजिए: $(x - a)p^2 + (x - y)p - y = 0$

4. i Solve: हल कीजिए: $(yz + xyz) dx + (zx + xyz) dy + (xy + xyz) dz = 0$

OR

ii Solve: हल कीजिए: $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + 2y = x \log x$

5. i Solve: हल कीजिए: $\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0$; $\frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$

OR

ii Solve: हल कीजिए: $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z - a\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

6. i Solve: हल कीजिए: $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2(x^2 + x) \frac{dy}{dx} + (x^2 + 2x + 2)y = 0$

OR

ii Solve by the method of variation of parameters: प्राचल विचरण विधि द्वारा हल कीजिए: $\frac{d^2y}{dx^2} + a^2 y = \sec ax$

PART - C

भाग - स

7. Solve: हल कीजिए:

(i) $(x^2y - 2xy^2) dx - (x^3 - 3x^2y) dy = 0$

(ii) $x dx + y dy = a^2 \left(\frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} \right)$

8. Solve: हल कीजिए: $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{2dy}{dx} + y = x e^x \sin x$

9. Solve: हल कीजिए: $(1 + x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (1 + x) \frac{dy}{dx} + y = 4 \cos \log (1 + x)$

10. Solve: हल कीजिए:

(i) $t dx = (t - 2x) dt$

(ii) $t dy = (tx + ty + 2x - t) dt$

11. Solve: हल कीजिए: $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - (x^2 + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2)y = x^3 e^x$

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC. / B.Sc. B.Ed. Semester-II (SUMMER-2019)
BSMT212 INTEGRAL AND VECTOR CALCULUS

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A.. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A

भाग - अ

- Define slope of a scalar point function. अदिश बिन्दु फलन की प्रवणता को परिभाषित कीजिए।
 - Define divergence of a vector. सदिश के अपसरण को परिभाषित कीजिए।
 - Write the statement of Stoke's theorem. स्टोक्स के प्रमेय का कथन लिखिए।
 - Write the statement of Gauss's divergence theorem. गॉस के अपसरण प्रमेय का कथन लिखिए।
 - Show that: प्रदर्शित कीजिए: $\Gamma(n + 1) = n \Gamma(n); n > 0$
 - Show that: प्रदर्शित कीजिए: $B(m, n) = B(n, m)$
 - Evaluate the following double integrals: निम्नलिखित द्वि-समाकलन का मान ज्ञात कीजिए: $\int_0^a \int_0^b (x^2 + y^2) dx dy$
 - Find the area bounded by the curve $x = a \cot t; y = b \sin t$.
वक्र $x = a \cot t; y = b \sin t$ द्वारा घिरा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
 - Show that the volume of sphere of radius r is $\frac{4}{3} \pi r^3$.
प्रदर्शित कीजिए कि त्रिज्या r के गोले का आयतन $\frac{4}{3} \pi r^3$ होता है।
 - Evaluate the following triple integral: निम्नलिखित त्रि-समाकलन का मान ज्ञात कीजिए:

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$$

PART – B

भाग - ब

- Evaluate: मान ज्ञात कीजिए: $\int_0^a x^2 (a^2 - x^2)^{3/2} dx$
OR
 - Find the length of the arc of semi-circular parabola $ay^2 = x^3$ from its vertex to the point (a, a) .
अर्धघन परवलय $ay^2 = x^3$ के शीर्ष से बिन्दु (a, a) तक वक्र की चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
- Find by double integration, the area lying between the circle $x^2 + y^2 = a^2$ and the line $x + y = a$ in the first quadrant.
द्वि समाकलन से वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ तथा रेखा $x + y = a$ द्वारा प्रथम पाद में घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
OR
 - Find the volume of the solid generated by the revolution of the curve $(a - x) y^2 = a^2 x$ about its asymptote.

वक्र $(a-x)y^2 = a^2x$ को उसकी अनन्तस्पर्शी के चारों ओर घुमाने से जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

4. i Evaluate the following integral by changing to polar co-ordinates: $\int_0^a \int_y^a \frac{xdydx}{x^2+y^2}$
निम्न समाकल को ध्रुवीय निर्देशांकों में परिवर्तित कर मान ज्ञात कीजिए: $\int_0^a \int_y^a \frac{xdydx}{x^2+y^2}$

OR

- ii Evaluate: मान ज्ञात कीजिए: $\int_0^a \int_0^x \int_1^{x+y} e^{x+y+z} dx dy dz$

5. i Prove that: सिद्ध कीजिए: $\text{div} (a \times b) = b \text{ curl } a - a \text{ curl } b$

OR

- ii If $F = x^2y i + xzj + 2yzk$ then verify that $\text{div. curl } F = 0$

यदि $F = x^2y i + xzj + 2yzk$ तब सत्यापित कीजिए $\text{div. curl } F = 0$

6. i If $f(t) = ti + (t^2 - 2t)j + (3t^2 + 3t^3)k$ then evaluate $\int_0^1 f(t)dt$

यदि $f(t) = ti + (t^2 - 2t)j + (3t^2 + 3t^3)k$ तब $\int_0^1 f(t)dt$ का मान ज्ञात कीजिए।

OR

- ii Use Gauss's divergence theorem to show that $\int_S (x dy dz + y dz dx + z dx dy) = 4\pi a^3$ where S , is the surface of sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

गॉस के अपसरण प्रमेय की सहायता से सिद्ध कीजिए कि $\int_S (x dy dz + y dz dx + z dx dy) = 4\pi a^3$ जहाँ S , गोला $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ का पृष्ठ है।

PART - C

भाग - स

7. Show that $\Gamma(m) \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}} \Gamma(2m)$; $m \in \mathbb{Z}$ where m is positive.

प्रदर्शित कीजिए $\Gamma(m) \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}} \Gamma(2m)$; $m \in \mathbb{Z}$ जहाँ m धनात्मक है।

8. Find the volume of the following ellipsoid in positive octant: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

निम्न दीर्घवृत्त का धनात्मक अष्टांश में आयतन ज्ञात कीजिए: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

9. Evaluate the following integral by changing to polar co-ordinate: $\int_A \int \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy$

निम्न समाकल को ध्रुवी निर्देशांकों में परिवर्तित का मान ज्ञात कीजिए: $\int_A \int \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy$

10. If $u = x + y + z$; $v = x^2 + y^2 + z^2$; $w = yz + zx + xy$, then prove that $(\text{grad. } u) \{ \text{grad. } v \} \times (\text{grad. } w)$

यदि $u = x + y + z$; $v = x^2 + y^2 + z^2$; $w = yz + zx + xy$, तब सिद्ध कीजिए कि $(\text{grad. } u) \{ \text{grad. } v \} \times (\text{grad. } w)$

11. Evaluate and verify Green's theorem $\int_C (e^{-x} \sin y dx + e^{-x} \cos y dy)$, where C is the rectangle with vertices $(0, 0)$, $(\pi, 0)$, $(\pi, \frac{\pi}{2})$ and $(0, \frac{\pi}{2})$. Hence verify Green's theorem.

ग्रीन प्रमेय के द्वारा $\int_C (e^{-x} \sin y dx + e^{-x} \cos y dy)$ का मान ज्ञात कीजिए। C एक आयत है जिसके शीर्ष बिन्दु $(0, 0)$, $(\pi, 0)$, $(\pi, \frac{\pi}{2})$ and $(0, \frac{\pi}{2})$ हैं। अतः ग्रीन प्रमेय का सत्यापन कीजिए।

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC. / B.Sc. B.Ed. Semester-II (SUMMER-2019)

BSMT213 CO-ORDINATE GEOMETRY IN 3-DIMENSIONS

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question.. Each question carries 6 marks.
भाग – ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Each question carries 10 marks.
भाग – स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A / भाग – अ

- Define diametral plane. व्यासीय समतल को परिभाषित कीजिए।
 - Define conjugate diametral plane. सयुग्मी व्यासीय तल की परिभाषा दीजिए।
 - Define umbilics. शून्य वृत्तक को परिभाषित कीजिए।
 - Define developable surface. विकासनीय पृष्ठ की परिभाषा दीजिए।
 - Write the generating lines of hyperboloid of one sheet. एक पृष्ठीय अतिपरवलयज की जनक रेखाएं लिखिए।
 - Write the equations of hyperboloid of one sheet and hyperboloid of two sheets. एक पृष्ठीय अतिपरवलयज एवं द्वि पृष्ठीय अतिपरवलयज के समीकरण लिखिए।
 - Define pole and polar plane of central conicoid. केन्द्रीय शाकवज के ध्रुव एवं ध्रुवीय तल को परिभाषित कीजिए।
 - Define Normal and write its equation. अभिलम्ब की परिभाषा दीजिए एवं इसके समीकरण लिखिए।
 - Write the condition of tangency so that the plane $lx + my + nz = p$ may touch the paraboloid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{2z}{c}$. वह शर्त लिखिए जिससे कि समतल $lx + my + nz = p$ परवलयज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{2z}{c}$ को स्पर्श कर सके।
 - Write the formula for finding length of axis and area of a central plane section of a central conicoid. सकेन्द्रीय शाकवज के केन्द्रीय समतल परिच्छेद के लिए अक्ष की लम्बाई व क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

PART – B / भाग – ब

- Prove that the locus of the foot of the perpendicular drawn from the centre of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ to any of its tangent planes is $a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2 + y^2 + z^2)^2$
सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ के किसी स्पर्शी समतल पर केन्द्र से डाले गए लम्ब के पाद का निधि (बिन्दुपथ) निम्न है $a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2 + y^2 + z^2)^2$
OR
 - Find the locus of the middle points of chords of the conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ which pass through the point (α, β, γ) .
शाकवज $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ की जीवाओं के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (α, β, γ) से गुजरती है।
- Prove that the volume of the parallelepiped formed by 3 conjugate semi-diameters as coterminal edges is constant.
सिद्ध कीजिए कि यदि 3 सयुग्मी अर्धव्यास किसी षटफलक की सहवासनी कोरे हो, तो षटफलक का आयतन अचर होगा।
OR
 - Prove that the sum of the squares of the reciprocal of 3 mutually perpendicular semi-diameters of an ellipsoid is constant.
सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्तज के किन्हीं 3 परस्पर लम्बवत अर्ध व्यास के व्युत्क्रमों के वर्गों का योगफल अचर होता है।

4. i Show that the plane $8x - 6y - z = 5$ touches the paraboloid $3x^2 - 2y^2 = 6z$ and find the co-ordinates of the point of contact.
प्रदर्शित कीजिए की समतल $8x - 6y - z = 5$ परवलयज $3x^2 - 2y^2 = 6z$ को स्पर्श करता है तथा सम्पर्क बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
OR
- ii Find the equation of the plane which cuts the paraboloid $x^2 - 2y^2 = 3z$ in a conic whose centre is $(1, 2, 3)$.
उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो परवलयज $x^2 - 2y^2 = 3z$ को जिस शाकव में काटता है उसका केंद्र $(1, 2, 3)$ है।
5. i Find the real circular sections of the following surface: $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 2zx = 4$
निम्न पृष्ठ के वास्तविक वृतीय परिच्छेद को ज्ञात कीजिए: $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 2zx = 4$
OR
- ii Find the umbilics of the following paraboloid: $4x^2 + 5y^2 = 40z$
निम्न परवलयज के शून्य वृत्तक को ज्ञात कीजिए: $4x^2 + 5y^2 = 40z$
6. i Find the equations to the generating lines of the hyperboloid $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$ which pass through the point $(2, -1, \frac{4}{3})$.
अतिपरवलयज $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$ के बिन्दु $(2, -1, \frac{4}{3})$ से गुजरने वाली जनक रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए।
OR
- ii Prove that any generator of the λ - system intersects any generator of the μ - system of a hyperboloid of one sheet.
सिद्ध कीजिए कि अतिपरवलयज के λ -निकाय का कोई जनक μ -निकाय के किसी जनक को प्रतिच्छेद करता है।

PART - C / भाग - स

7. The sections of an enveloping cone of the ellipsoids $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ by the plane $z = 0$ is a parabola. Show that the locus of the vertices of the cone is $z = \pm C$.
दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ के अन्वालोपी शंकु का समतल $z = 0$ से परिच्छेद परवलय है। प्रदर्शित कीजिए कि शंकु के शीर्ष का बिन्दु पथ $z = \pm C$ है।
8. A normal at a variable point P on the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ meets the plane XOY in A. AQ is drawn parallel to OZ and equal to AP. Find the locus of Q.
दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ के चर बिन्दु P पर अभिलम्ब XOY समतल को बिन्दु A पर मिलता है। AQ, OZ के समान्तर और AP के बराबर है। Q का बिन्दु पथ ज्ञात कीजिए।
9. Prove that the normals from (α, β, γ) to the paraboloid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ lie on the following cone:
सिद्ध कीजिए कि (α, β, γ) से परवलयज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ पर अभिलम्ब, निम्न शंकु पर स्थित है:
$$\frac{\alpha}{x - \alpha} - \frac{\beta}{y - \beta} + \frac{a^2 - b^2}{z - \gamma} = 0$$
10. Show that the section of the surface $yz + zx + xy = a^2$ by the plane $lx + my + nz = p$ is a parabola, if $\sqrt{l} + \sqrt{m} + \sqrt{n} = 0$
प्रदर्शित कीजिए कि पृष्ठ $yz + zx + xy = a^2$ समतल $lx + my + nz = p$ द्वारा परिच्छेद परवलय है, यदि $\sqrt{l} + \sqrt{m} + \sqrt{n} = 0$
11. If $(a \cos \sec \theta, b \sin \theta \sec \theta, c \tan \theta)$ is a point on the generating line $\frac{x}{a} + \frac{z}{c} = \lambda \left(1 + \frac{y}{b}\right), \frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{y}{b}\right)$ of the hyperboloid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ then prove that $\tan \left(\frac{\theta - \theta}{2}\right) = \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda}$.
यदि अतिपरवलयज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ के जनक $\frac{x}{a} + \frac{z}{c} = \lambda \left(1 + \frac{y}{b}\right), \frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{y}{b}\right)$ पर कोई बिन्दु $(a \cos \sec \theta, b \sin \theta \sec \theta, c \tan \theta)$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\tan \left(\frac{\theta - \theta}{2}\right) = \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda}$

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC./B.SC. B.Ed. Semester-III (WINTER-2019)

BSMT311 PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION AND LAPLACE TRANSFORM

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A

भाग - अ

- Solve हल कीजिए: $L^{-1} \left\{ \frac{1}{(s-1)(s-2)} \right\}$.
 - Solve हल कीजिए: $L^{-1} \left\{ \frac{1}{s(s^2+4)} \right\}$.
 - Solve हल कीजिए: $L(t \sin at)$.
 - Solve हल कीजिए: $L[\cos at \cosh at]$.
 - Define partial differential equation. आंशिक अवकलन समीकरण को परिभाषित कीजिए।
 - Solve $q = 3p^2$ where $p = \frac{\partial z}{\partial x}$ and $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ हल कीजिए $q = 3p^2$ जहाँ $p = \frac{\partial z}{\partial x}$ व $q = \frac{\partial z}{\partial y}$
 - Define Laplace transform of a function $f(t)$. फलन $f(t)$ के लिए लाप्लास रूपांतरण को परिभाषित कीजिए।
 - Find the partial differential equation by elimination of a and b from the equation $z = ax + by + ab$
समीकरण $z = ax + by + ab$ से a और b के विलोपन द्वारा आंशिक अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।
 - What do you mean by the general solution of a partial differential equation?
किसी आंशिक अवकल समीकरण के व्यापक हल से आप क्या समझते हैं?
 - If $L\{f(t)\} = F(s)$, then prove that $L\{e^{at}f(t)\} = F(s-a), s-a > 0$
यदि $L\{f(t)\} = F(s)$, तब सिद्ध कीजिए कि $L\{e^{at}f(t)\} = F(s-a), s-a > 0$

PART – B

भाग - ब

- Using Lagrange's method solve लाग्रान्ज विधि द्वारा हल कीजिए: $(y+z)p + (z+x)q = x+y$
OR
 - Solve हल कीजिए: $x^2p^2 + y^2q^2 = z^2$
- Solve हल कीजिए: $p(1+q^2) = q(z-a)$.
OR
 - Solve हल कीजिए: $z^2(p^2 + q^2) = x^2 + y^2$

4. i Find the value मान ज्ञात कीजिए: $L(t^2 e^t \sin 4t)$

OR

ii Find the Laplace transform of the following function:

निम्नलिखित फलन का लाप्लास रूपांतरण ज्ञात कीजिए:

$$f(t) = \begin{cases} t : 0 \leq t \leq 1/2 \\ t-1 : 1/2 \leq t \leq 1 \\ 0 : t > 1 \end{cases}$$

5. i Solve हल कीजिए: $L^{-1} \left[\frac{1}{s} \log \left(1 + \frac{1}{s^2} \right) \right]$

OR

ii Find the inverse Laplace transform of the following function with the help of convolution theorem: $\frac{s^2}{s^4 - a^4}$
संकलन प्रमेय की सहायता से निम्नलिखित फलन की प्रतिलोम लाप्लास रूपांतरण ज्ञात कीजिए: $\frac{s^2}{s^4 - a^4}$

6. i With the help of Laplace transform method solve लाप्लास रूपांतरण विधि द्वारा हल कीजिए:

$$(D^2 + m^2)y = a \cos nt : y(0) = y'(0), D \equiv \frac{d}{dt}$$

OR

ii With the help of Laplace transform method solve लाप्लास रूपांतरण विधि द्वारा हल कीजिए:

$$(D^2 + 9)y = \cos 2t ; y(0) = 1, y(\pi/2) = -1, D \equiv \frac{d}{dt}$$

PART - C

भाग - स

7. Solve हल कीजिए: $z = px + qy + c\sqrt{1 + p^2 + q^2}$

8. Solve the equation by Charpit's method चार्पी विधि द्वारा हल कीजिए: $px + qy = pq$

9. Solve हल कीजिए: $L\left(\frac{1 - \cos t}{t^2}\right)$

10. Solve हल कीजिए: $L^{-1}\left(\frac{s}{s^4 + 4a^4}\right)$

11. Solve हल कीजिए: $(D^3 - 3D + 2)y = 1 - e^{2t}; y(0) = 1, y'(0) = 0, D \equiv \frac{d}{dt}$

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC./B.SC. B.Ed. Semester-III (WINTER-2019)

BSMT312 NUMERICAL ANALYSIS

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (A) or (B) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (अ) अथवा (ब) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A / भाग - अ

- Show that प्रदर्शित कीजिए $\Delta - \nabla = \Delta \nabla$
 - Evaluate ज्ञात कीजिए $\Delta \sin(ax + b)$
 - Prove that सिद्ध कीजिए $\mu = \frac{2-\nabla}{2\sqrt{1-\nabla}}$
 - Prove that सिद्ध कीजिए $y' = \frac{1}{h} \left[\delta y - \frac{\delta^3 y}{24} + \frac{3}{640} \delta^5 y - \dots \dots \dots \right]$
 - Define divided difference.
 - Write the formula of Gauss forward interpolation.
 - Explain iteration method.
 - Write disadvantages of bisection method.
 - Write the formula for Weddle's rule for numerical integration.
संख्यात्मक समाकलन के लिए वेडल सूत्र लिखिए।
 - Find the form of the function given by the following table:
निम्न सारणी से फलन का रूप ज्ञात कीजिए:

x	3	2	1	-1
f(x)	3	12	15	-21

विभाजित अंतर को परिभाषित कीजिए।
गॉस अग्र अन्तर्वेशन सूत्र लिखिए।
पुनरावृत्ति विधि को समझाइए।
द्विभाजन विधि की कमियाँ बताइए।

PART – B / भाग - ब

- Prove that सिद्ध कीजिए $\Delta \log f(x) = \log \left[1 + \frac{\Delta f(x)}{f(x)} \right]$
OR
 - Prove that सिद्ध कीजिए $\mu_0 + \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n = {}^{n+1}C_1 \mu_0 + {}^{n+1}C_2 \Delta \mu_0 + \dots + \Delta^n \mu_0$
- Show that प्रदर्शित कीजिए $\Delta^2 x^3 = x + y + z$
OR
 - By means of Newton's divided differences formula, find the values of $f(2)$, $f(8)$ and $f(15)$ from the following table:

निम्न सारणी से न्यूटन के विभाजित अन्तर सूत्र द्वारा $f(2)$, $f(8)$ तथा $f(15)$ का मान ज्ञात कीजिए:

x	4	5	7	10	11	13
f(x)	48	100	294	900	1210	2028

4. i Use Stirling's formula to find y_{28} , when following is given:

स्टर्लिंग के सूत्र द्वारा y_{28} ज्ञात कीजिए, जब दिया हुआ है:

$$y_{20} = 49225, \quad y_{25} = 48316, \quad y_{30} = 47236, \quad y_{35} = 45926, \quad y_{40} = 44306$$

OR

- ii If third differences are constant, prove that:

यदि तीसरे अंतर अचर है, तो सिद्ध कीजिए:

$$y_{x+1/2} = \frac{1}{2}(y_x + y_{x+1}) - \frac{1}{16}(\Delta^2 y_{x-1} + \Delta^2 y_x)$$

5. i Find $f'(5)$ from the following table:

निम्न सारणी से $f'(5)$ ज्ञात कीजिए:

x	0	2	3	4	7	9
f(x)	4	26	58	112	466	922

OR

- ii Considering the differences upto 3rd order, using Striling's interpolation formula, prove that:

तृतीय क्रम तक के अंतर लेते हुए स्टर्लिंग अन्तर्वेशन सूत्र से सिद्ध कीजिए:

$$\frac{d}{dx}(y_x) = \frac{2}{3}[y_{x+1} - y_{x-1}] - \frac{1}{12}[y_{x+2} - y_{x-2}]$$

6. i Evaluate $(12)^{1/3}$ by using Newton's formula up to four places of decimals.

न्यूटन सूत्र द्वारा $(12)^{1/3}$ के मान चार दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

OR

- ii Find the real root of the following equation correct to three decimal places by using Regula-Falsi method:

मिथ्या स्थिति विधि द्वारा निम्न समीकरण के सही तीन दशमलव स्थानों तक वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए:

$$x \log_{10} x = 1.2$$

PART - C / भाग - स

7. Find the missing values in the following table:

निम्न सारणी में अज्ञात मानों को ज्ञात कीजिए:

x	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
y	0.135	y_2	0.111	0.100	y_5	0.082	0.074

8. By means of Lagrange's formula, prove that:

लाग्रेंज सूत्र की सहायता से सिद्ध कीजिए:

$$\int_{-1/2}^{1/2} f(x) dx = \frac{1}{24} \left[13f\left(-\frac{1}{2}\right) + 13f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{3}{2}\right) - f\left(-\frac{3}{2}\right) \right]$$

9. Using Bessel's formula, find y_{25} from the following data:

बेसल सूत्र द्वारा, निम्न आंकड़ों से y_{25} ज्ञात कीजिए:

$$y_{20} = 2854, \quad y_{24} = 3162, \quad y_{28} = 3544, \quad y_{32} = 3922$$

10. Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ using Simpson's $\frac{1}{3}$ and $\frac{3}{8}$ rule. Hence obtain the approximate value of π in each case.

सिम्पसन के $\frac{1}{3}$ तथा $\frac{3}{8}$ नियमों के उपयोग द्वारा $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ का मूल्यांकन कीजिए। फलतः प्रत्येक स्थिति में π मान ज्ञात कीजिए।

11. Find a second degree parabola $y = a + bx + cx^2$ for the following data:

निम्न सारणी के लिए एक द्वितीय स्तर का परवलय $y = a + bx + cx^2$ ज्ञात कीजिए:

x	1	3	5	7	9
y	2	7	10	11	9

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC./B.SC. B.Ed. Semester-III (WINTER-2019)

BSMT313 DYNAMICS OF A PARTICLE

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (A) or (B) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (अ) अथवा (ब) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है।
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A

भाग - अ

- Define simple harmonic motion. सरल आवर्त गति को परिभाषित कीजिए।
 - Write the Hooke's law for elastic string. प्रत्यास्थ डोरियों के लिए हुक्स नियम लिखिए।
 - Define inverse square law of motion. गति के व्युत्क्रम वर्ग का नियम परिभाषित कीजिए।
 - Define circular motion. वर्तुल गति को परिभाषित कीजिए।
 - Define cycloidal motion. चक्रज गति को परिभाषित कीजिए।
 - Define central force. केंद्रीय बल को परिभाषित कीजिए।
 - Write the Kepler's law for planetary motion. ग्रहों की गति के केप्लर के नियम लिखिए।
 - If a particle moves from a fixed point on the curve $s = f(\psi)$ then show that tangential velocity is $\frac{ds}{dt}$.
यदि एक कण किसी स्थिर बिंदु से वक्र $s = f(\psi)$ पर गति करता है तो प्रदर्शित कीजिए कि इस पर स्पर्शीय वेग $\frac{ds}{dt}$ होगा।
 - If a particle moves from a fixed point on the curve $s = f(\psi)$ then show that normal velocity is zero.
यदि एक कण किसी स्थिर बिंदु से वक्र $s = f(\psi)$ पर गति करता है तो प्रदर्शित कीजिए कि अभिलाम्बिक वेग शून्य होता है।
 - Write the equation of motion of particle under gravity of earth.
पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण के अधीन किसी कण की गति के समीकरण लिखिए।

PART – B

भाग - ब

- A particle describes the curve $\gamma = ae^\theta$ with constant angular velocity. Show that its radial acceleration is zero and transverse acceleration varies as its distance from the pole.
एक कण एक समान कोणीय वेग से वक्र $\gamma = ae^\theta$ में चलता है। सिद्ध कीजिए कि इसका अरीय त्वरण शून्य होगा तथा अनुप्रस्थ त्वरण इसकी ध्रुव से दूरी के समानुपाती होगा।

OR

 - Prove that the acceleration of a point moving in a plane curve with uniform speed is $f = \dot{\psi}^2$.
सिद्ध कीजिए कि एक समतल वक्र में एक समान चाल से चलने वाले बिन्दु का त्वरण $f = \dot{\psi}^2$ होगा।

3. i A point moves in a straight line with S.H.M. velocities V_1 and V_2 when its distances from the centre be x_1 and x_2 show that the period of motion is $2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{V_2^2 - V_1^2}}$

एक कण सरल आवृत्त गति से एक सरल रेखा पर गतिमान है। जब कण की केन्द्र से दूरी x_1 व x_2 हैं एवं इसके वेग क्रमशः V_1 तथा V_2 तो सिद्ध कीजिए कि आवृत्त काल $2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{V_2^2 - V_1^2}}$ होगा।

OR

- ii A particle is moving with S.H.M. from an extremity of path towards the centre is observed to be at distance x_1, x_2 and x_3 from the centre at the end of three successive seconds. Show that the time of complete oscillation is $\frac{2\pi}{\theta}$ where $\cos\theta = \frac{x_1 + x_3}{2x_2}$.

एक कण सरल आवर्त गति से गतिमान है। एक सिरे से केंद्र को जाते हुए यह पाया गया कि लगातार तीन सेकंडों पर कण की केन्द्र से दूरी x_1, x_2 व x_3 है। प्रदर्शित कीजिए की एक पूर्ण आवर्त काल $\frac{2\pi}{\theta}$ जहाँ $\cos\theta = \frac{x_1 + x_3}{2x_2}$ है।

4. i A particle falls from infinity on the earth. Find its velocity on the earth's surface and on reaching the centre of earth. यदि कोई कण अनंत दूरी से विरामवस्था से गिर कर पृथ्वी तल पर गिरता है, तब पृथ्वी तल पर तथा पृथ्वी के केंद्र पर पहुँचने पर उसका वेग ज्ञात कीजिए।

OR

- ii A particle moving inside the earth and going towards the centre of earth. Find the equation of the motion. एक कण पृथ्वी के अंदर गति करते हुए पृथ्वी के केंद्र की तरफ अग्रसर है तो इसकी गति का समीकरण ज्ञात कीजिए।

5. i A heavy particle slides down a smooth cycloid starting from rest at the cusp, the axis being vertical and vertex downwards. Prove that the magnitude of the acceleration of the particle is equal to 'g' at every point of its path. एक भारी कण एक चिकने चकृज के उभयाग्र से विरामवस्था से फिसलना प्रारंभ करता है। चकृज का अक्ष ऊर्ध्वाधर है तथा शीर्ष नीचे की ओर है तब सिद्ध कीजिए कि कण के त्वरण का परिमाण, कण के पथ के प्रत्येक बिंदु पर 'g' के बराबर तुल्य होगा।

OR

- ii A particle is projected the lowest point with the some velocity and moves along the inside of the smooth vertical circle to discuss the motion of the particle. एक चिकने ऊर्ध्वाधर वृत्त के सबसे नीचे के बिंदु से एक कण किसी वेग से फेंका गया जो वृत्त के अंदर की ओर गमन करता है उसकी गति की विवेचना कीजिए।

6. i Find the law of forces towards the pole under which the curve $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ is described. ध्रुव बिंदु की ओर बल का नियम ज्ञात कीजिए जिसके अधीन कोई कण वक्र $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ पर गतिमान है।

OR

- ii If V_1 and V_2 are two velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun. Prove that $(1 - e)V_1 = (1 + e)V_2$. यदि V_1 तथा V_2 किसी ग्रह के रेखीय वेग है, जबकि वह सूर्य से क्रमशः न्यूनतम और अधिकतम दूरियों पर है तो सिद्ध कीजिए $(1 - e)V_1 = (1 + e)V_2$

PART - C

भाग - स

7. A particle moves along the curve $y = a \log(\sec \frac{x}{a})$ in such a way that the tangent to the curve rotates uniformly. Prove that the resultant acceleration of the particle varies as the square of the radius of curvature. एक कण वक्र $y = a \log(\sec \frac{x}{a})$ के साथ इस प्रकार गमन करता है कि वक्र की स्पर्श रेखा एक समान दर से घूमती है। सिद्ध कीजिए परिणामी त्वरण इसकी वक्रता त्रिज्या के वर्ग के समानुपाती है।

8. A light elastic string of natural length l and modulus of elasticity λ is hung by one end and to the other end is tied to a particle of mass M . Discuss the motion.
 एक l प्राकृत लंबाई एवं λ प्रस्थास्थता स्थिरांक की हल्की प्रत्यास्थ डोरी एव सिरे से लटकी हुई है तथा इसके दूसरे सिरे पर M द्रव्यमान का एक कण बांधा गया है तो कण की गति कि विवेचना कीजिए।
9. A particle moves in a straight line under an attraction towards a fixed point on the line varying inversely as the square of distance from this fixed point. Discuss the motion.
 एक कण एक सरल रेखा से गतिमान है और इस पर स्थित एक बल केंद्र कण को ऐसे बल से आकर्षित करता है जो कि कण की इस केंद्र से दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती है। कण की गति की विवेचना कीजिए।
10. A particle is projected from the lowest point of a vertical circle with s velocity sufficient to carry it to the highest point. Find when and where the particle will leave the circle?
 एक कण ऊर्ध्वाधर वृत्त के निम्नतम बिन्दु से ऐसे वेग से फेंका जाता है जो उसे ठीक सर्वोच्च बिन्दु तक ले जा सके। ज्ञात कीजिए कि कण वृत्त को कब और कहाँ छोड़ेगा?
11. The velocity at any point of a central orbit is $\frac{1}{n}$ th. Calculate the velocity for a circular orbit at the same distance the central force varies as $\frac{1}{r^{2n^2+1}}$ and the equation to the orbit is $r^{n^2-1} = a^{n^2-1} \cos(n^2 - 1) \theta$.
 सुकेंद्र कक्षा के किसी बिन्दु पर वेग एक वृत्तीय सुकेंद्र कक्षा के एक बिंदु जिसकी ध्रुव से दूरी उतनी है जितनी कि पहले बिंदु की है, के वेग के $\frac{1}{n}$ भाग के बराबर है कीजिए तो प्रदर्शित कीजिए कि केन्द्रीय बल $\frac{1}{r^{2n^2+1}}$ के समानुपाती है तथा सुकेंद्र कक्षा का समीकरण निम्न है $r^{n^2-1} = a^{n^2-1} \cos(n^2 - 1) \theta$

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC./ B.SC. B.Ed. Semester-IV (SUMMER-2019)
BSMT411 OPTIMIZATION TECHNIQUES

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग – ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग – स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A**भाग - अ**

- | | | |
|------|---|---|
| 1. i | What do you mean by feasible solution? | सुसंगत हल से आपका क्या तात्पर्य है? |
| ii | Give an example of convex set. | अवमुख समुच्चय का एक उदाहरण दीजिए |
| iii | Define infeasible solution in graphical method. | लेखाचित्र विधि में असुसंगत हल को परिभाषित कीजिए |
| iv | State fundamental theorem of L.P.P. | रैखिक प्रोग्रामन के मूल प्रमेय का कथन दीजिए |
| v | When and why artificial variable is used? | कब और क्यों कृत्रिम चर का प्रयोग करते हैं? |
| vi | Define the degenerate basic solution. | अपभ्रष्ट आधारी हल को परिभाषित कीजिए |
| vii | State the fundamental theorem of duality. | द्वेतता के मूल प्रमेय का कथन दीजिए |
| viii | Define multiple solutions in linear programming. | रैखिक प्रोग्रामन में बहु हल को परिभाषित कीजिए |
| ix | Explain degeneracy in transportation problem. | परिवहन समस्याओं में अपभ्रष्टता को समझाइए |
| x | What is the necessary and sufficient condition for the feasible solution of a transformation problem? | परिवहन समस्या के सुसंगत हल के विद्यमान हेतु आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त क्या है? |

PART – B**भाग - ब**

- Solve graphically the following L.P.P.:
निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख विधि से हल कीजिए:
Min $Z = 2x_1 - 10x_2$
S.t. $x_1 - x_2 \geq 0$
 $x_1 - 5x_2 \leq -5$
and $x_1, x_2 \geq 0$
It is possible to find Max. Z under these constrains?
क्या इन प्रतिबंधों के अधीन Max. Z ज्ञात किया जा सकता है?

OR

- ii Prove that every hyperplane is a convex set.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक अधिसमतल एक अवमुख समुच्चय होता है।

3. i Show that the following L.P.P. has an unbounded solution:

सिद्ध कीजिए कि निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या का अपरिबद्ध है:

$$\text{Max } Z = x_1 + 2x_2$$

$$\text{S.t. } x_1 - x_2 \leq 4$$

$$x_1 - 5x_2 \leq 8$$

$$\text{and } x_1, x_2 \geq 0$$

OR

- ii Solve the following L.P.P. by simplex method:

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलेक्स विधि द्वारा हल कीजिए:

$$\text{Max } Z = -2x_1 + x_2$$

$$\text{S.t. } x_1 - x_2 \leq 10$$

$$2x_1 - x_2 \leq 40$$

$$\text{and } x_1, x_2 \geq 0$$

4. i Show that the following LPP has an unbounded solution:

सिद्ध कीजिए कि निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या का कोई सुसंगत हल विद्यमान नहीं है:

$$\text{Min } Z = x_1 + x_2$$

$$\text{S.t. } 3x_1 + 2x_2 \geq 30$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 30$$

$$x_1, x_2 \leq 5$$

$$\text{and } x_1, x_2 \geq 0$$

OR

- ii Solve the following L.P.P. by two phase method:

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को द्विप्रावस्था विधि द्वारा हल कीजिए:

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{S.t. } 2x_1 + x_2 \leq 2$$

$$3x_1 + 4x_2 \geq 12$$

$$\text{and } x_1, x_2 \geq 0$$

5. i Find the dual of the following L.P.P.:

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या की द्वैती समस्या ज्ञात कीजिए:

$$\text{Max } Z_p = x_1 + 3x_2$$

$$\text{S.t. } 3x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$3x_1 + x_2 = 4$$

$$\text{and } x_1, x_2 \geq 0$$

OR

- ii Prove that the dual of the dual of a primal problem is the primal.

सिद्ध कीजिए कि किसी आद्य के द्वैती की द्वैती आद्य समस्या ही होती है।

6. i A company has 5 jobs to be done. The following matrix shows the return in Rs. of assigning i^{th} machines ($i = 1, 2, \dots, 5$) to the j^{th} job ($j = 1, 2, \dots, 5$). Assign the 5 jobs to the 5 machines so as to maximize the total return.

एक कंपनी के पास कार्य संपन्न करने हेतु है। i^{th} मशीन ($i = 1, 2, \dots, 5$) को j वा कार्य ($j = 1, 2, \dots, 5$) निर्दिष्ट करने पर राजस्व की मैट्रिक्स निम्नानुसार है। पाँचों मशीनों को पांच कार्य इस प्रकार निर्दिष्ट कीजिए कि कुल राजस्व अधिकतम हो:

Machine	Jobs				
	1	2	3	4	5
A	5	11	10	12	4
B	2	4	6	3	5
C	3	12	5	14	6
D	6	14	4	11	7
E	7	9	8	12	5

OR

- ii Solve the transportation problem by using north west corner rule:

उत्तर पश्चिम कोने वाले नियम से परिवहन समस्या को हल कीजिए:

	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	a _i
W ₁	6	4	1	5	14
W ₂	8	9	2	7	16
W ₃	4	3	6	2	5
b _i	6	10	15	4	35

PART – C

भाग - स

7. A factory uses 3 different resources for the manufacture of 2 different products, 20 units of the resource A, 12 units of resource B and 16 units of resource C being available. 1 unit of the first product requires 2, 2 and 4 units of the respective resources and 1 unit of the second product requires 4, 2 and 0 units of the respective resources. It is known that the first product gives a profit of 2 monetary units per unit and the second product gives a profit of 3 monetary units per unit. Formulate the linear programming problem. How many units of each product should be manufactured for maximizing the profit? Solve it graphically.

एक फैक्ट्री में 2 विभिन्न उत्पादों को बनाने के लिए 3 विभिन्न साधनों को काम में लिया जाता है। साधन A की 20 इकाई, साधन B की 12 इकाई व साधन C की 16 इकाई उपलब्ध है। पहले उत्पाद की 1 इकाई के साधनों की क्रमशः 2, 2 तथा 4 इकाइयों की आवश्यकता पड़ती है और दूसरे उत्पाद की 1 इकाई के साधनों की क्रमशः 4, 2 तथा 0 इकाइयों की आवश्यकता पड़ती है। यह ज्ञात है कि पहला उत्पाद 2 मुद्रा इकाई प्रति इकाई तथा दूसरा उत्पाद 3 मुद्रा इकाई प्रति इकाई का लाभ देता है। रैखिक प्रोग्रामन समस्या का संरूपण कीजिए तथा लेखाचित्र विधि से बताइए कि अधिकतम लाभ के लिए प्रत्येक उत्पाद की कितनी इकाइयां बनाई जाये?

8. Solve the following L.P.P. by simplex method:
निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलेक्स विधि द्वारा हल कीजिए:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= x_1 - 3x_2 + 2x_3 \\ \text{S.t. } 3x_1 - x_2 + 3x_3 &\leq 7 \\ -2x_1 + 4x_2 &\leq 12 \\ -4x_1 + 3x_2 + 8x_3 &\leq 10 \\ \text{and } x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

9. Solve the following L.P.P. by two phase method:
निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को द्विप्रावस्था विधि द्वारा हल कीजिए:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= x_1 + x_2 \\ \text{S.t. } 2x_1 + x_2 &\geq 4 \\ x_1 + 7x_2 &\geq 7 \\ \text{and } x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

10. Use duality to solve the following problem:
निम्न समस्या के हल को द्वैती की सहायता से ज्ञात कीजिए:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= 2x_1 + 9x_2 + x_3 \\ \text{S.t. } x_1 + 4x_2 + 2x_3 &\geq 5 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 &\geq 4 \\ \text{and } x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

11. Solve the following transportation problem:
निम्न परिवहन समस्या को हल कीजिए:

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	
O ₁	1	2	1	4	30
O ₂	3	3	2	1	50
O ₃	4	2	5	9	20
	20	40	30	10	

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC./B.Sc. B.Ed. Semester-IV (SUMMER-2019)

BSMT412 ABSTRACT ALGEBRA

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A

भाग - अ

- State Lagrange's theorem. लैंग्रेज प्रमेय का कथन लिखिए।
 - Define index of a subgroup. उपसमूह के सूचकांक को परिभाषित कीजिए।
 - Define improper normal subgroup. विषम विशिष्ट उप ग्रुप को परिभाषित कीजिए।
 - Define isomorphism. तुल्याकारिता को परिभाषित कीजिए।
 - Define integral domain. पूर्णांकीय प्रान्त को परिभाषित कीजिए |
 - Define ring homomorphism. वलय समाकारिता को परिभाषित कीजिए।
 - Define prime field. अभाज्य क्षेत्र को परिभाषित कीजिए।
 - Define field of quotients. विभाग क्षेत्र को परिभाषित कीजिए।
 - Define left and right ideal. वाम गुणजावली तथा दक्षिण गुणजावली को परिभाषित कीजिए।
 - Find $\frac{R}{I}$, where $I = \{4x|x \in Z\}$ and $R = (Z, +, \cdot)$
खंड वलय $\frac{R}{I}$ की रचना कीजिए जहाँ $I = \{4x|x \in Z\}$ तथा $R = (Z, +, \cdot)$ है।

PART – B

भाग - ब

- Find all the cosets of $H = \{0, 4\}$ in the group $G = (Z_8, +_8)$
ग्रुप $G = (Z_8, +_8)$ में $H = \{0, 4\}$ के सभी सहसमुच्चय ज्ञात कीजिए।
OR
 - Prove that every group of prime order is a cyclic group.
सिद्ध कीजिए कि अभाज्य संख्या कोटि वाला प्रत्येक समूह एक चक्रीय समूह होता है।
- Prove that the mapping $f: c \rightarrow c$ such that $f(x + iy) = iy$ is an endomorphism of the additive group of complex number. What is the Kernel off?
सिद्ध कीजिए कि प्रति चित्रण $f: c \rightarrow c$ इस प्रकार कि $f(x + iy) = iy$ सम्मिश्र संख्याओं के योजित ग्रुप की अंतरकारिता है। f की अष्टि क्या होगी?
OR
 - If H is a subgroup of G and N is a normal subgroup of G then prove that, $H \cap N$ is a normal subgroup of H , whereas $H \cap N$ need not be normal in G .
यदि ग्रुप G का एक उपग्रुप H है और N ग्रुप G का विशिष्ट उप ग्रुप है तो सिद्ध कीजिए कि $H \cap N$ उप ग्रुप H का एक विशिष्ट उप ग्रुप होता है। जबकि $H \cap N$ का G में विशिष्ट उप ग्रुप होना आवश्यक नहीं है।

4. i Prove that every finite integral domain is a field.
सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक परिमित पूर्णाकीय प्रांत एक क्षेत्र है।
OR
- ii Prove that the set S of all matrices of the form $\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}$ where $a, b, c \in \mathbb{Z}$ forms a subring of the ring R of all 2×2 matrices over the set of integers. Matrix addition and multiplications are 2 binary operations.
सिद्ध कीजिए $\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}$ रूप के सभी आव्यूहों का समुच्चय S , पूर्णाकों का समुच्चय पर बनी सभी 2×2 आव्यूहों के समुच्चय R का उप वलय है, जहाँ $a, b, c \in \mathbb{Z}$ | आव्यूह जोड़ व गुणन दो द्विआधारी सक्रियाएँ हैं।
5. i The necessary and sufficient conditions for a non-empty subset K of a field F to be a subfield are:
क्षेत्र F के अरिक्त उपसमुच्चय K का उपक्षेत्र होने के लिए आवश्यक तथा पर्याप्त प्रतिबन्ध निम्न है:
(i) $a \in K, b \in K \Rightarrow a - b \in K$
(ii) $a \in K, 0 \neq b \in K \Rightarrow a b^{-1} \in K$
OR
- ii Prove that, every prime field of characteristic zero is isomorphic to the field Q of the rational numbers.
सिद्ध कीजिए, शून्य अभिलक्षण का प्रत्येक अभाज्य क्षेत्र परिमेय संख्याओं के क्षेत्र Q के तुल्यकारी होता है।
6. i Prove that, the intersection of 2 ideals of a ring is again an ideal of the ring.
सिद्ध कीजिए, किसी वलय के किन्हीं 2 गुणजावतियों का प्रतिच्छेदन पुनः वलय की गुणजावली होती है।
OR
- ii If $f(x) = 3 + 5x - 7x^2$ and $g(x) = 5 + 2x - 7x^3$ are any 2 polynomials over the ring $(\mathbb{Z}_8, +_8, \cdot_8)$. Then find out the following:
यदि वलय $(\mathbb{Z}_8, +_8, \cdot_8)$ पर बहुपद $f(x) = 3 + 5x - 7x^2$ तथा $g(x) = 5 + 2x - 7x^3$ कोई 2 बहुपद हो तो, निम्न को ज्ञात कीजिए:
(i) $f(x) + g(x)$
(ii) $f(x) \cdot g(x)$

PART - C

भाग - स

7. State and prove Euler's theorem.
आयलर प्रमेय का कथन लिखिए व सिद्ध कीजिए।
8. If H and K are 2 normal subgroups of G then HK is also a normal subgroup of G .
यदि H और K किसी समूह G के 2 विशिष्ट उप समूह हैं तो सिद्ध कीजिए कि HK भी समूह G का एक विशिष्ट उप समूह है।
9. Prove that, the set of all real numbers of the form $m + n\sqrt{2}$, where m and n are integers with ordinary addition and multiplication forms a ring, is it a field?
सिद्ध कीजिए, कि $m + n\sqrt{2}$ जहाँ m तथा n पूर्णाक हों, आकर की वास्तविक संख्याओं का समुच्चय संख्याओं के योग एवं गुणन के लिए वलय है, क्या यह क्षेत्र है?
10. Prove that, every integral domain (commutative ring without division) can be embedded into a field.
सिद्ध कीजिए, किसी भी पूर्णाकीय प्रांत (शून्य के भाजकों से रहित क्रम विनिर्मय वलय) को एक क्षेत्र में अंतःस्थापन किया जा सकता है।
11. If I is an ideal of a ring $\langle R, +, \cdot \rangle$ then prove that the set $\frac{R}{I} = \{I + a | a \in R\}$ is a ring for 2 binary compositions \oplus and \odot defined as follows: $(I + a) \oplus (I + b) = I + (a + b)$ and $(I + a) \odot (I + b) = I + (a \cdot b)$ where $a, b \in R$
यदि $\langle R, +, \cdot \rangle$ एक वलय है और I इसकी एक गुणजावली है तो सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\frac{R}{I} = \{I + a | a \in R\}$ एक वलय है जिसके लिए 2 द्विआधारी संक्रियाएँ \oplus और \odot निम्न प्रकार परिभाषित की गयी हैं:
 $(I + a) \oplus (I + b) = I + (a + b)$
 $(I + a) \odot (I + b) = I + (a \cdot b)$ जहाँ $a, b \in R$ हैं।

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC./ B.SC. B.Ed. Semester-IV (SUMMER-2019)

BSMT413 STATICS

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A.. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C.. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A

भाग - अ

- Define friction and force of friction. घर्षण और घर्षण बल को परिभाषित कीजिए।
 - Define Catenary. कैटेनरी को परिभाषित कीजिए।
 - Define stable Equilibrium. स्थायी संतुलन को परिभाषित कीजिए।
 - Find the least force required to pull a body on a rough horizontal plane where λ is angle of friction.
रुक्ष क्षैतिज तल पर किसी पिण्ड को खींचने के लिए आवश्यक न्यूनतम बल ज्ञात कीजिए जहाँ λ घर्षण कोण है।
 - If G is force couple about O and X and Y are components of forces along X and Y axis respectively, then find equation of resultant force.
यदि G, O के सापेक्ष बल युग्म तथा X तथा Y क्रमशः X तथा Y अक्षों के सापेक्ष बल के घटक हैं तो परिणामी बल का समीकरण ज्ञात कीजिए।
 - If a rigid body is in equilibrium under the action of three forces, then what conditions it must satisfy?
यदि कोई दृढ़ पिण्ड तीन बलों के अधीन साम्यावस्था में है तो वह किन प्रतिबंधों को संतुष्ट करेगा?
 - Define virtual displacement and virtual work.
काल्पनिक विस्थापन एवं काल्पनिक कार्य को परिभाषित कीजिए।
 - Write the principle of virtual work for a system of coplanar forces acting on a particle.
किसी कण पर सक्रिय समतलीय बल निकाय के लिए कल्पित कार्य का सिद्धांत लिखिए।
 - Write the relation between S and x where S is length of catenary and x is a horizontal distance.
S एवं x के मध्य सम्बन्ध लिखिए जहाँ S कैटेनरी की लम्बाई तथा x क्षैतिज दूरी है।
 - Write the general conditions of equilibrium of a rigid body.
एक दृढ़ पिण्ड की साम्यावस्था के सामान्य प्रतिबंध लिखिए।

PART – B

भाग - ब

- A heavy uniform rod, 30 cm long is suspended from a fixed point by strings fastened to its ends, their lengths being 18 cm and 24 cm. if the rod is inclined to the vertical at an angle θ , prove that $25 \sin \theta = 24$.
एक समान 30 cm लम्बी छड़ एक नियत बिन्दु से दो रस्सियों द्वारा लटकाई गई है जो छड़ के सिरों पर बंधी हुई है

तथा रस्सियों की लम्बाई 18 cm तथा 24 cm है। यदि साम्यावस्था में छड़ उध्वार्धर से θ को बनाती हो, तो सिद्ध कीजिए कि $25 \sin \theta = 24$

OR

- ii Two smooth spheres each of radius a and weight W lie in contact in smooth spherical bowl of radius r . Show that the pressure between them is: $\frac{Wa}{\sqrt{r(r-2a)}}$

त्रिज्या a तथा W भार के दो चिकने गोले r त्रिज्या के चिकने गोलाकार प्याली के संपर्क में रखे हैं। सिद्ध कीजिए कि उनके मध्य दबाव है: $\frac{Wa}{\sqrt{r(r-2a)}}$

3. i Two rough particles connected by a light string rest on an inclined plane. If their weights and corresponding coefficients of friction are W_1, W_2 and μ_1, μ_2 respectively, show that greatest inclination of the plane for equilibrium is: $\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\mu_1 W_1 + \mu_2 W_2}{W_1 + W_2} \right)$

दो खुरदुरे कण जिसका भार व घर्षण गुणांक क्रमशः W_1, W_2 तथा μ_1, μ_2 है, एक भारहीन रस्सी से जुड़े हुए किसी धरातल पर साम्यावस्था में है, तो सिद्ध कीजिए कि धरातल का अधिकतम झुकाव होगा: $\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\mu_1 W_1 + \mu_2 W_2}{W_1 + W_2} \right)$

OR

- ii Prove that the least force required to pull a body of weight W on a rough horizontal plane is $W \sin \lambda$, where λ is angle of friction.

सिद्ध कीजिए कि W भार के एक पिण्ड को रुक्ष क्षेतिज समतल पर खींचने के लिए आवश्यक न्यूनतम बल $W \sin \lambda$ है, जहाँ λ घर्षण कोण है।

4. i A regular hexagon ABCDEF consists of six equal rods which are each of weight W and are freely jointed together. The hexagon rests in a vertical plane and AB is in contact with a horizontal table. If C and F are connected by a light string, prove that its tension is $W\sqrt{3}$.

एक समषडभुज ABCDEF छः समान दण्डों से बना है, जिनमें प्रत्येक का भार W है और वे स्वच्छंदतापूर्वक परस्पर जुड़े हुए हैं। षडभुज उध्वार्धर समतल में स्थित है और AB क्षेतिज मेज के संपर्क में है। यदि C और F एक भारहीन डोरी द्वारा जुड़े हुए हो तो, सिद्ध कीजिए कि डोरी में तनाव $W\sqrt{3}$ है।

OR

- ii A square of side $2a$ is placed with its plane vertical between two smooth pegs, which are in the same horizontal line at a distance C apart. Show that it will be in equilibrium when the inclination of one of its edges to the horizon is either $\frac{\pi}{4}$ or $\frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{a^2 - c^2}{c^2} \right)$

$2a$ भुजा के एक वर्ग को उसके समतल को उध्वार्धर रखते हुए एक ही क्षेतिज रेखा में स्थित दो ऐसी चिकनी खूटियों के मध्यस्थ रखा जाता है जिनके बीच की दूरी C है। सिद्ध कीजिए कि वह उस अवस्था में संतुलन में होगा जबकि उसके किसी एक कोर का क्षेतिज से झुकाव है: $\frac{\pi}{4}$ अथवा $\frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{a^2 - c^2}{c^2} \right)$

5. i Prove that for the common catenary, the radius of curvature ρ at any point of the curve is equal to the length of the normal intercepted between the curve and the directrix.

सिद्ध कीजिए कि साधारण कैटेनरी के लिए वक्र के कोई बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या ρ , वक्र और नियता के मध्यस्थ अन्तःखंडित अभिलम्ब की लम्बाई के तुल्य होता है।

OR

- ii Show that for a common catenary $S + y = Ce^{x/c}$ where symbols S, y, x and C have their usual meaning. साधारण कैटेनरी के लिए सिद्ध कीजिए कि $S + y = Ce^{x/c}$ जहाँ S, y, x एवं C अपना सामान्य अर्थ रखते हैं।

6. i Two forces act one along the line $y = 0, z = 0$ and the other along the line $x = 0, z = c$. As the forces vary, show that the surface generated by the (central) axis of their equivalent wrench is $(x^2 + y^2)z = cy^2$

दो बल क्रमशः रेखा $y = 0, z = 0$ तथा $x = 0, z = c$ के अनुदिश क्रियाशील हैं। जब बल विचर हो, तो प्रदर्शित कीजिए, कि इनकी तुल्य रैच की अक्ष (केन्द्रिय) से जनित पृष्ठ $(x^2 + y^2)z = cy^2$ है।

OR

- ii A square lamina rests with its plane perpendicular to a smooth wall, one corner being attached to a point in the wall by a fine string of length equal to the side of the square, find the position of equilibrium and show it is stable.

एक वर्ग पटल का ताल एक चिकनी दीवार के लम्बवत है। वर्ग का एक कोना इसकी भुजा के सामान लम्बाई की डोरी से दीवार में एक बिंदु से टंगा है। संतुलन की स्थिति ज्ञात कीजिए तथा प्रदर्शित कीजिए कि संतुलन स्थायी है।

PART - C

भाग - स

7. Two equal uniform rods AB and BC, each of length $2b$ are freely jointed at A and rests on a smooth vertical circle of radius a . Show that if 2θ be the angle between them, then: $b \sin^3 \theta = a \cos \theta$.
 $2b$ लम्बाई की दो बराबर एक समान छड़े AB और AC, A पर स्वच्छंदता पूर्वक जुड़ी हुई है और a त्रिज्या के उध्वार्धर वृत्त पर रखी हुई है। सिद्ध कीजिए कि यदि उनके मध्यस्थ कोण 2θ हो तो: $b \sin^3 \theta = a \cos \theta$
8. One end of heavy uniform rod AB can slide along a rough horizontal rod AC to which it is attached by a ring B and C are joined by a string. If ABC be a right angle when the rod is on the point of sliding, μ the coefficient of friction and α the angle between AB and the vertical show that $\lambda = \tan^{-1} \left\{ \frac{\tan \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} \right\}$
एक भारी समान छड़ AB का एक सिरा, एक रुक्ष क्षैतिज छड़ AC पर जिससे यह एक छल्ले द्वारा अनुबंधित है, फिसल सकता है। B एवं C एक डोरी से बंधे हैं। यदि ABC एक समकोण है जब छड़ फिसलने की सीमा पर हो, μ घर्षण गुणांक तथा α , AB और उध्वार्धर के बीच का कोण है, तो सिद्ध कीजिए कि $\lambda = \tan^{-1} \left\{ \frac{\tan \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} \right\}$
9. The middle points of the opposite sides of a jointed quadrilateral are connected by light rods of length l and l' . If T and T' be the tension in the rods, prove that $\frac{T}{l} + \frac{T'}{l'} = 0$
एक जोड़े गए चतुर्भुज की सम्मुख भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को l एवं l' लम्बाई की दो भारहीन दण्डों से जोड़ा गया है, यदि इन पिण्डों में तनाव T तथा T' तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{T}{l} + \frac{T'}{l'} = 0$
10. Show that the length of an endless chain which will hang over a circular pulley of radius a so as to be in contact with two thirds of the circumference of the pulley is $a \left[\frac{4\pi}{3} + \frac{3}{\log(2+\sqrt{3})} \right]$
प्रदर्शित कीजिए कि एक अंतहीन जंजीर जो त्रिज्या a की एक वृत्ताकार घिरनी के $\frac{2}{3}$ परिधि से सम्पर्क में है, तो उसकी लम्बाई होगी $a \left[\frac{4\pi}{3} + \frac{3}{\log(2+\sqrt{3})} \right]$
11. A force parallel to the Z-axis acts at the point $(a, 0, 0)$ and an equal force perpendicular to the Z-axis acts at the point $(-a, 0, 0)$. Show that the central axis of the system lies on the surface: $z^2(x^2 + y^2) = (x^2 + y^2 - ax)^2$
Z-अक्ष के समान्तर एक बल बिन्दु $(a, 0, 0)$ पर क्रियाशील है तथा Z-अक्ष के लम्बवत् एक समान बल बिन्दु $(-a, 0, 0)$ पर क्रियाशील है। प्रदर्शित कीजिए कि निकाय का केन्द्रीय अक्ष निम्न पृष्ठ पर स्थित है: $z^2(x^2 + y^2) = (x^2 + y^2 - ax)^2$

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC./B.SC. B.Ed. Semester-V (WINTER-2019)

BSMT511 METRIC AND VECTOR SPACES

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (A) or (B) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (अ) अथवा (ब) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A / भाग - अ

- Define maximal ideal. उच्चिष्ट गुणजावली को परिभाषित कीजिए।
 - Define internal binary composition. आंतरिक द्विचर संक्रिया को परिभाषित कीजिए।
 - Define linear sum. रेखिक योग को परिभाषित कीजिए।
 - State existence theorem. अस्तित्व प्रमेय का कथन लिखिए।
 - Write the triangle inequality for a metric space. दूरिक समष्टि के लिए त्रिभुज असमिका लिखिए।
 - Define pseudo metric space. छद्म दूरिक समष्टि को परिभाषित कीजिए।
 - Define open sphere and closed sphere. विवृत गोलक व संवृत गोलक को परिभाषित कीजिए।
 - Define limit point of a sequence. अनुक्रम के सीमा बिन्दु को परिभाषित कीजिए।
 - Prove that the set $mz = \{mx \mid x \in z\}$, where m is an integer is an ideal of ring $(z, +, \cdot)$ of integers. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $mz = \{mx \mid x \in z\}$ पूर्ण संख्याओं की वलय $(z, +, \cdot)$ की गुणजावली है।
 - What do you mean by finite dimensional vector space? परिमित विमीय सदिश समष्टि से आप क्या समझते हैं?

PART – B / भाग - ब

- Prove that every quotient ring of ring 'R' is a homomorphic image of 'R' and every ideal of a ring 'R' is kernel of homomorphism.
सिद्ध कीजिए कि किसी वलय 'R' का प्रत्येक विभाग वलय या अवशेष वर्ग 'R' की समाकारिक प्रतिबिम्ब होती है तथा 'R' की प्रत्येक गुणजावली एक वलय समाकारिता की अष्टि होती है।
OR
 - If 'R' is a commutative ring and $a \in R$, then prove that $Ra = \{ra : r \in R\}$, is an ideal of 'R'.
यदि 'R' एक क्रमविनिमेय वलय हो तथा $a \in R$ हो तो, सिद्ध कीजिए कि $Ra = \{ra : r \in R\}$, 'R' की एक गुणजावली होगी।
- If possible, express the vector $\alpha = (0, 4, 20) \in V_3(R)$ as a LC of the following vectors:
क्या सदिश समष्टि $V_3(R)$ में सदिश $\alpha = (0, 4, 20)$ को एकघात संचय के रूप में व्यक्त कर सकते हैं, जोकि निम्न है:
 $\alpha_1 = (2, 1, -1); \alpha_2 = (-1, 0, 3); \alpha_3 = (0, 1, 5)$
OR

ii Explain a vector space in detail.

सदिश समष्टि को विस्तार से समझाइए।

4. i Show that the following vector of $V_3(R)$ are LD: $\alpha_1 = (1, 3, 2)$; $\alpha_2 = (1, -7, -8)$; $\alpha_3 = (2, 1, -1)$
प्रदर्शित कीजिए कि $V_3(R)$ के सदिश एकघाततः परतन्त्र हैं: $\alpha_1 = (1, 3, 2)$; $\alpha_2 = (1, -7, -8)$; $\alpha_3 = (2, 1, -1)$

OR

ii Prove that the set $S = \{(1, 2, 1); (2, 1, 0); (1, -1, 2)\}$ forms a basis of the vector space $V_3(R)$.

सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $S = \{(1, 2, 1); (2, 1, 0); (1, -1, 2)\}$; $V_3(R)$ का आधार है।

5. i Let the mapping $d: R \times R \rightarrow R$ is defined by:

माना कि प्रतिचित्रण $d: R \times R \rightarrow R$ निम्न प्रकार से परिभाषित है:

$$d(x, y) = \begin{cases} 0, & x = y \\ 1, & x \neq y, \quad \forall x, y \in R \end{cases}$$

Prove that (R, d) is a metric space.

सिद्ध कीजिए कि (R, d) एक दूरिक समष्टि है।

OR

ii Let (X, d) be any metric space and let M be a positive number, then there exists a metric d^* on X such that the metric space (X, d^*) is bounded with $\delta(X) \leq M$.

माना कि (X, d) कोई दूरिक समष्टि है तथा M एक धनात्मक संख्या है तो सिद्ध कीजिए कि X पर एक दूरिक d^* इस प्रकार से विद्यमान है कि दूरिक समष्टि (X, d^*) परिबद्ध है तथा $\delta(X) \leq M$

6. i Let (x, d) be a complete metric space and (A, d) be subspace of (x, d) ; then A is complete $\Leftrightarrow A$ is closed.

माना कि (X, d) एक पूर्ण दूरिक समष्टि है तथा $(A, d), (x, d)$ की एक दूरिक उप समष्टि है; तब A पूर्ण है $\Leftrightarrow A$ संवृत है।

OR

ii Let f be a mapping from a metric space X into a metric space Y . Mapping f is continuous on X iff $f^{-1}(F)$ is closed in X for every closed set F in Y .

माना कि f किसी दूरिक समष्टि X का किसी दूरिक समष्टि Y में प्रतिचित्रण है। प्रतिचित्रण f, X पर तब और केवल तब संतत होता है जब Y के प्रत्येक संवृत समुच्चय F के लिए $f^{-1}(F), X$ में संवृत हो।

PART - C / भाग - स

7. An ideal S of the integral domain Z is a maximal ideal of Z if it is principal ideal generated by a prime number.

एक पूर्णांकिय प्रांत Z की गुणजावली S, Z की एक उच्चिष्ट गुणजावली होती है यदि और केवल यदि यह एक अभाज्य संख्या द्वारा जनित एक मुख्य गुणजावली हो।

8. Prove that the set $S = \{a + ib, c + id\}$ is a basis set of the vector space $C(R)$ iff $(ad - bc) \neq 0$.

सिद्ध कीजिए कि $C(R)$ का आधार समुच्चय $S = \{a + ib, c + id\}$ है, यदि और केवल यदि $(ad - bc) \neq 0$

9. Prove that any two basis of a finite dimensional vector space 'V' consists of same number of element.

परिमित विमीय सदिश समष्टि 'V' के कोई भी दो आधारों में अवयवों की संख्या सामान होती है।

10. Give an example of pseudo metric which is not a metric.

एक छद्म समष्टि का उदाहरण दीजिए जो कि दूरिक समष्टि न हो।

11. Prove that in a metric space, the intersection of a finite number of open sets is open.

एक दूरिक समष्टि में विवृत समुच्चयों का प्रत्येक परिमित सर्वनिष्ठ निर्धारण एक विवृत समुच्चय होता है।

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC./B.S.C. Bed. Semester-V (WINTER-2019)

BSMT512 COMPLEX ANALYSIS

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A

भाग - अ

- Define harmonic oscillation. प्रसंवादी फलन को परिभाषित कीजिए।
 - State Cauchy integral formula. कोशी समाकल सूत्र का कथन दीजिए।
 - State Taylor's theorem. टेलर प्रमेय का कथन दीजिए।
 - State Cauchy's residue theorem. कोशी अवशेष प्रमेय का कथन दीजिए।
 - Define a linear transformation. रैखिक रूपांतरण की परिभाषा दीजिए।
 - Write the necessary condition for a function $f(z)$ to be analytic.
फलन $f(z)$ के विश्लेषिक फलन होने के आवश्यक प्रतिबन्ध लिखिए।
 - Prove that $\int_c \frac{dz}{z-a} = 2\pi i$ where c is given by the equation $|z - a| = R$.
सिद्ध कीजिए $\int_c \frac{dz}{z-a} = 2\pi i$ जहाँ c का समीकरण $|z - a| = R$ है।
 - Define isolated and removable singularity.
विश्लेषिक फलन की वियुक्त विचित्रताएँ तथा अपनेय विचित्रता को परिभाषित कीजिए।
 - Find the residues of the function $\frac{z^2}{(z-1)(z-2)(z-3)}$ at $z = 3$.
फलन $\frac{z^2}{(z-1)(z-2)(z-3)}$ के $z = 3$ पर अवशेष प्राप्त कीजिए।
 - Find the points where the mapping $f(z) = 3z + z^2$ is not conformal.
उन बिन्दुओं को प्राप्त कीजिए जहाँ प्रतिचित्रण $f(z) = 3z + z^2$ अनुकोणीय नहीं है।

PART – B

भाग - ब

- Prove that the function defined by $f(z) = \frac{x^2 y^5 (x+iy)}{x^4 + y^{10}}$, $z \neq 0$ and $f(0) = 0$ is not analytic at the origin though Cauchy-Riemann equation is satisfied at the point.
प्रदर्शित कीजिए कि फलन $f(z) = \frac{x^2 y^5 (x+iy)}{x^4 + y^{10}}$, $z \neq 0$ तथा $f(0) = 0$ मूल बिन्दु पर विश्लेषिक नहीं है जबकि इस बिन्दु पर कोशी-रीमान समीकरण संतुष्ट है।
OR
 - Show that the function $u = \cos x \cosh y$ is harmonic and find its harmonic conjugate.
सिद्ध कीजिए कि फलन $u = \cos x \cosh y$ प्रसंवादी फलन है तथा इसका प्रसंवादी संयुग्मी ज्ञात कीजिए।
- If C is the circle $|z - 1| = 2$. Then verify the Cauchy's integral theorem for the function $z^3 - iz^2 - 5z + 2i$.
यदि C एक वृत्त $|z - 1| = 2$ हो तो फलन $z^3 - iz^2 - 5z + 2i$ के लिए कोशी समाकलन प्रमेय का सत्यापन कीजिए।
OR
 - State and prove Cauchy integral formula.
कोशी समाकल सूत्र का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

4. i Find the singularities of the function $f(z) = \frac{e^z - 1}{z}$ at $z = 0$.
फलन $f(z) = \frac{e^z - 1}{z}$ की $z = 0$ पर विचित्रता ज्ञात कीजिए।
OR
- ii Find the zeros and discuss the nature of singularities of $f(z) = \frac{z-2}{z^2} \sin \frac{1}{z-1}$.
फलन $f(z) = \frac{z-2}{z^2} \sin \frac{1}{z-1}$ के शून्य ज्ञात कीजिए एवं फलन की विचित्रताओं की प्रकृति की विवेचना कीजिए।
5. i Find the residues of $\frac{z^2 - 2z}{(z+1)^2(z^2+4)}$ at all its poles in the finite plane.
सम्मिश्र तल के परिमित भाग में $\frac{z^2 - 2z}{(z+1)^2(z^2+4)}$ के समस्त अनन्तकों का अवशेष ज्ञात कीजिए।
OR
- ii Find the residue of function $f(z) = \frac{\cot z \coth z}{z^3}$ at $z = 0$.
फलन $f(z) = \frac{\cot z \coth z}{z^3}$ के $z = 0$ पर दिए गए अनन्तकों पर अवशेष ज्ञात कीजिए।
6. i Find the image of the infinite strip $\frac{1}{4} < y < \frac{1}{2}$ under the transformation $w = \frac{1}{z}$.
रूपांतरण $w = \frac{1}{z}$ के अंतर्गत अनन्त पट्टी $\frac{1}{4} < y < \frac{1}{2}$ का प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिए।
OR
- ii Show that the transformation maps the circle $x^2 + y^2 - 4x = 0$ into the straight line $4u + 3 = 0$.
सिद्ध कीजिए कि रूपांतरण $w = \frac{2z+3}{z-4}$ वृत्त $x^2 + y^2 - 4x = 0$ को सरल रेखा $4u + 3 = 0$ पर प्रतिचित्रित करता है।

PART - C

भाग - स

7. If $f(z) = u + iv$ is an analytic function of z and the value of $u - v$ is as follows. Then find $f(z)$ in terms of z :
यदि $f(z) = u + iv$ का विश्लेषिक फलन है तथा $u - v$ का निम्न मान हो तो $f(z)$ को z पदों में ज्ञात कीजिए:
$$\frac{e^x - \cos x + \sin x}{\cosh y - \cos x}, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3 - i}{2}$$
8. (i) Evaluate: $\int_0^{1+i} z^2 dz$
मान ज्ञात कीजिए: $\int_0^{1+i} z^2 dz$
- (ii) Prove that: $\int_0^{\frac{1}{z}} dz = -\pi i$ or πi , if C is a semi circular arc $|z| = 1$ from -1 to 1 above or below the real axis.
सिद्ध कीजिए: $\int_0^{\frac{1}{z}} dz = -\pi i$ या πi , यदि C -1 से 1 तक वास्तविक अक्ष के ऊपर या नीचे अर्ध वृत्तीय चाप $|z| = 1$ है।
9. Find the Laurent's series of the function $\frac{z^2-1}{(z+2)(z+3)}$ which are valid for the following regions:
फलन $\frac{z^2-1}{(z+2)(z+3)}$ की लौरा श्रेणी प्राप्त कीजिए जो कि निम्न क्षेत्रों में वैध हो:
(i) $|z| < 2$
(ii) $2 < |z| < 3$
(iii) $|z| > 3$
10. Prove that: $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a + b \sin \theta} = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ($|a| > |b|$).
सिद्ध कीजिए: $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a + b \sin \theta} = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ($|a| > |b|$)
11. Determine all bilinear transformations which maps the upper half plane $\text{Im}(z) \geq 0$ into circle $|w| \leq 1$.
समस्त द्विरैखिक रूपांतरण ज्ञात कीजिए जो ऊपरी अर्ध तल $\text{Im}(z) \geq 0$ को वृत्त $|w| \leq 1$ में प्रतिचित्रित करें।

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC./B.SC.B.Ed. Semester-V (WINTER-2019)

BSMT513 HYDROSTATICS

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A / भाग - अ

- Define fluid pressure. तरल दबाव को परिभाषित कीजिए।
 - What do you mean by whole pressure? सम्पूर्ण दाब से आपका क्या तात्पर्य है?
 - Define Bramah's pressure. ब्राम्हा दबाव को परिभाषित कीजिए।
 - State Archimedes's principle. आर्कमिडीज सिद्धांत का कथन लिखिए।
 - Define free surface of a liquid. द्रव के मुक्त पृष्ठ को परिभाषित कीजिए।
 - What do you mean by centre of pressure? दाब केन्द्र से आपका क्या तात्पर्य है?
 - Define plane of flotation. प्लवन समतल को परिभाषित कीजिए।
 - Write down the formula of whole pressure on a plane surface below the layers of different liquids.
विभिन्न द्रवों की परतों के नीचे एक समतलीय पृष्ठ पर सम्पूर्ण दाब निकालने का सूत्र लिखिए।
 - Write down the formula for finding centre of pressure of compound area.
संयुक्त क्षेत्र का दाब केन्द्र ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।
 - What is meant by whole pressure on a horizontal base?
क्षैतिज आधार पर सम्पूर्ण दाब से क्या तात्पर्य है?

PART – B / भाग - ब

- If ρ and ρ' be the densities of two fluids $\rho < \rho'$ and the length of the arms of U-tube in which they meet be m and n inches respectively. Prove that in order that the tube may be completely filled, the height of the column of the lighter fluid above the horizontal plane in which they meet must be $\frac{\rho'(m-n)}{(\rho'-\rho)}$.
यदि ρ और ρ' घनत्व के दो तरल पदार्थ $\rho < \rho'$ एक U-नली में मिलते हैं जिसकी भुजाएँ क्रमशः m और n इंच हैं, तो सिद्ध कीजिए कि नली को पूर्णतया भरने हेतु हल्के तरल के स्तम्भ की ऊँचाई उनके परस्पर मिलने के क्षैतिज समतल से $\frac{\rho'(m-n)}{(\rho'-\rho)}$ होनी चाहिए।
OR
 - The specific gravities of pure gold and copper are 19.3 and 8.62. Find the specific gravity of standard gold which is an alloy of gold and copper in the ratio 11:1.
शुद्ध सोने और ताँबे के आपेक्षिक घनत्व क्रमशः 19.3 और 8.62 हैं। यदि मानक सोने के मिश्र धातु में सोना एवं ताँबा 11:1 अनुपात में हो तो, उसका आपेक्षिक घनत्व ज्ञात कीजिए।

3. i A triangle ABC is immersed in a liquid, its plane being vertical and side AB in the surface. If O be the centre of the circumcircle of triangle ABC . Prove that $\frac{\text{Pressure on } \Delta OCA}{\text{Pressure on } \Delta OCB} = \frac{\sin 2B}{\sin 2A}$.
- एक त्रिभुज ABC , जिसका तल सतह उध्वार्धर है, भुजा AB को मुक्त पृष्ठ में रखते हुए एक द्रव में डुबाया गया है। यदि त्रिभुज ABC के परिगत वृत्त का केन्द्र O हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{\Delta OCA \text{ पर दाब}}{\Delta OCB \text{ पर दाब}} = \frac{\sin 2B}{\sin 2A}$.
- OR**
- ii A square lamina $ABCD$, which is immersed in water has side AB in the surface. Draw a line BE to a point E in CD such that pressure on the two portions into which it divides the lamina may be equal.
- पानी में निमज्जित एक वर्गाकार पटल $ABCD$ की भुजा AB उपरी सतह में है। CD में एक बिंदु E लेकर एक रेखा BE इस प्रकार खींचिए कि इस रेखा द्वारा पटल के विभाजित दोनों भागों पर दाब समान रहे।
4. i Prove that the horizontal line through the centre of pressure of a rectangle immersed in a liquid with one side in the free surface, divides the rectangle into two parts, the fluid pressure on which are in the ratio 4:5.
- एक आयत किसी द्रव में इस प्रकार डूबा है कि उसकी एक भुजा मुक्त पृष्ठ में है। सिद्ध कीजिए कि दाब केन्द्र से होकर जाने वाली क्षैतिज रेखा आयत को दो भागों में विभाजित करेगी जिन पर तरल दाब 4:5 के अनुपात में होंगे।
- OR**
- ii A uniform elliptic lamina whose axes are $2a$ and $2b$, is half immersed in water, the axis $2b$ being in the surface. Find depth of the centre of the pressure.
- एक समान दीर्घवृत्तीय पटल, जिसके अक्ष $2a$ और $2b$, जल में इस प्रकार अर्ध-निमज्जित है कि अक्ष $2b$ मुक्त पृष्ठ में है। दाब केन्द्र की गहराई ज्ञात कीजिए।
5. i A hemispherical bowl is filled with water and inverted and placed with its plane base in contact with a horizontal table; show that the resultant vertical thrust on its surface is one-third of thrust on the table.
- एक जल से भरे अर्ध गोले कटोरे को उलट कर इस प्रकार रखा गया है कि उसका क्षैतिज मेज से संपर्क करे। दिखाइए कि उसके पृष्ठ पर परिणामी उध्वार्धर प्रणोद मेज के प्रणोद का एक-तिहाई है।
- OR**
- ii A cone floats with its axis horizontal in a liquid of density double its own; find the pressure on its base and prove that if θ be the inclination to the vertical of the resultant thrust on the curved surface and α the semi-vertical angle of the cone, then $\tan \theta = \frac{4}{\pi} \tan \alpha$.
- एक शंकु अपने से दुगुने घनत्व के द्रव में इस प्रकार तैर रहा है कि उसका अक्ष क्षैतिज है। उसके आधार पर दाब ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि यदि वक्र पृष्ठ पर परिणामी प्रणोद का उध्वार्धर से झुकाव θ तथा शंकु का अर्ध शीर्ष कोण α हो तो $\tan \theta = \frac{4}{\pi} \tan \alpha$
6. i Show that in the case of a right circular cylinder of radius a and height h , floating with its axis vertical in any liquid the equilibrium will be stable whatever be the specific gravity, if $\sqrt{2a} > h$.
- यदि एक लम्बवृत्तीय ठोस बेलन, जिसकी त्रिज्या a और ऊँचाई h है किसी द्रव में इस प्रकार तैर रहा हो कि उसका अक्ष उध्वार्धर रहे, तो सिद्ध कीजिए कि संतुलन स्थायी होगा जब $\sqrt{2a} > h$, चाहे विशिष्ट घनत्व कुछ भी हो।
- OR**
- ii A right circular cone of density ρ , floats just immersed with its vertex downwards in a vessel containing two liquids of densities σ_1 and σ_2 respectively; show that the plane of separation intersects $(\frac{\rho - \sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2})^{1/3}$ of its length.
- एक लम्बवृत्तीय शंकु, जिसका घनत्व ρ है, एक पात्र में जिसके क्रमशः σ_1 एवं σ_2 घनत्व के दो द्रव हैं, शीर्ष नीचे की ओर ठीक निमज्जित तैरता है। दिखाइए कि दो द्रवों का पार्थक्य ताल शंकु के अक्ष से उसकी लम्बाई का $(\frac{\rho - \sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2})^{1/3}$ भाग प्रतिच्छेदित करता है।

PART - C / भाग - स

7. A tube in the form of a parabola held with its vertex downwards liquids of densities δ and δ' . If the distances of the free surfaces of the liquids from the focuses be r and r' respectively. Show that the distance of their common surface from the focus is $\frac{r\delta - r'\delta'}{\delta - \delta'}$.
- एक परवलयीय आकृति की नली, जिसका शीर्ष नीचे की ओर तथा अक्ष उध्वार्धर है, दो भिन्न द्रवों से भरी गई है जिनके घनत्व क्रमशः δ तथा δ' है। यदि द्रवों के मुक्त पृष्ठों की नाभि से दूरियाँ क्रमशः r तथा r' हो तो प्रदर्शित कीजिए कि उनके उभयनिष्ठ पृष्ठ की नाभि से दूरी $\frac{r\delta - r'\delta'}{\delta - \delta'}$ है।

8. A triangle ABC is immersed in a liquid with vertex C in the surface and the sides BC and AC equally inclined to the surface; show that the vertical through C divides the triangle into two others, the fluid pressure upon which are as $b^2(b + 3a) : a^2(a + 3b)$.
 एक त्रिभुज ABC एक द्रव में इस प्रकार निमज्जित किया गया है कि इसका शीर्ष C द्रव की धरातल में है और भुजाएँ BC तथा AC धरातल से बराबर कोण बनाती हैं तो प्रदर्शित कीजिए कि C से गुजरने वाली उध्वार्ध रेखा त्रिभुज को दो भागों में विभाजित करती है जिन पर दाब $b^2(b + 3a) : a^2(a + 3b)$ के अनुपात में है।
9. An ellipse is just immersed in water with its major axis vertical. Show that if the centre of pressure coincides with the focus, the eccentricity of the ellipse must be $\frac{1}{4}$.
 एक दीर्घवृत्त जल में ठीक इस प्रकार निमज्जित है कि दीर्घ अक्ष उध्वार्ध है। दिखाइए कि यदि दाब केन्द्र नाभि के सम्पाती हो तो दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता $\frac{1}{4}$ होगी।
10. A hemispherical bowl is filled with water, find the horizontal fluid thrust on one half of the surface divided by a diametral plane, and show that it is $\frac{1}{\pi}$ of the magnitude of the resultant fluid vertical thrust on the whole surface.
 एक अर्ध गोल कटोरा जल से भरा है। केन्द्र से होकर जाने वाले उध्वार्ध व्यासीय तल से विभक्त कटोरे के अर्ध पृष्ठ पर क्षैतिज प्रणोद ज्ञात कीजिए तथा दिखाइए कि यह सम्पूर्ण पृष्ठ पर परिणामी उध्वार्ध प्रणोद के परिमाण का $\frac{1}{\pi}$ है।
11. Two solids are each weighed in succession in three homogenous liquids of different densities. If the weight of the first are w_1, w_2 and w_3 and those of the second are W_1, W_2 and W_3 ; then prove that:
 $w_1(W_2 - W_3) + w_2(W_3 - W_1) + w_3(W_1 - W_2) = 0$
 दो पिंडों में से प्रत्येक को विभिन्न घनत्वों के समांगी द्रवों में बारी-बारी से तौला गया है। यदि पहले के भार क्रमशः w_1, w_2 और w_3 तथा दूसरे के भार क्रमशः W_1, W_2 और W_3 हैं तो सिद्ध कीजिए कि:
 $w_1(W_2 - W_3) + w_2(W_3 - W_1) + w_3(W_1 - W_2) = 0$

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC. Semester-VI (SUMMER-2019)
BSMT611 DISCRETE MATHEMATICS

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A**भाग - अ**

- Define Pigeonhole principle. कपोत कोष्ठ सिद्धांत को परिभाषित कीजिए।
 - Define partially order sets. अंशतः क्रमित समुच्चय को परिभाषित कीजिए।
 - Explain Boolean function. बूलिय फलन को समझाइए।
 - Define isolated vertex. वियुक्त शीर्ष को परिभाषित कीजिए।
 - Define complete diagraph. पूर्ण दिष्ट ग्राफ को परिभाषित कीजिए।
 - Define the tree. वृक्ष को परिभाषित कीजिए।
 - What is the radius and diameter of the tree? वृक्ष का अर्धव्यास व व्यास क्या होता है?
 - Write the statement of principle of mathematical induction. गणितीय आगमन सिद्धांत का प्राकथन लिखिए।
 - Give one example of the relation defined on a non-empty set that is symmetric and transitive but not reflexive. दिए हुए अरिक्त समुच्चय पर परिभाषित ऐसे संबंधों का एक उदाहरण दीजिए जो सममित तथा संक्रामक हैं परन्तु स्वतुल्य नहीं हैं।
 - Define the De Morgan's laws on algebra of prepositions. साध्यों का बीजगणित पर द-मार्गन नियम परिभाषित कीजिए।

PART – B**भाग - ब**

- How many 4-letter words can be formed from the letters of the word “INEFFECTIVE”?
“INEFFECTIVE” शब्द के वर्णों से 4 वर्ण के कितने शब्द बनाये जा सकते हैं?
OR
 - If A, B and C are 3 finite sets, the prove that:
यदि A, B और C तीन परिमित समुच्चय हैं | तब सिद्ध कीजिए कि:
$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$
- Let $R_1 = \{(a, b): 1 + ab > 0; a, b \in R\}$ be a relation on the set R of real numbers. Then explain whether R_1 is reflexive, symmetric or transitive?
माना वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर परिभाषित कोई सम्बन्ध $R_1 = \{(a, b): 1 + ab > 0; a, b \in R\}$ है, तो बताइये कि R_1 स्वतुल्य, सममित अथवा संक्रामक है या नहीं?
OR
 - Prove that, the intersection of any two equivalence relations on a non-empty set is also on equivalence relation on the same set.
सिद्ध कीजिए कि किसी अरिक्त समुच्चय पर परिभाषित किन्हीं दो तुल्यता संबंधों का सर्वनिष्ठ उसी समुच्चय पर

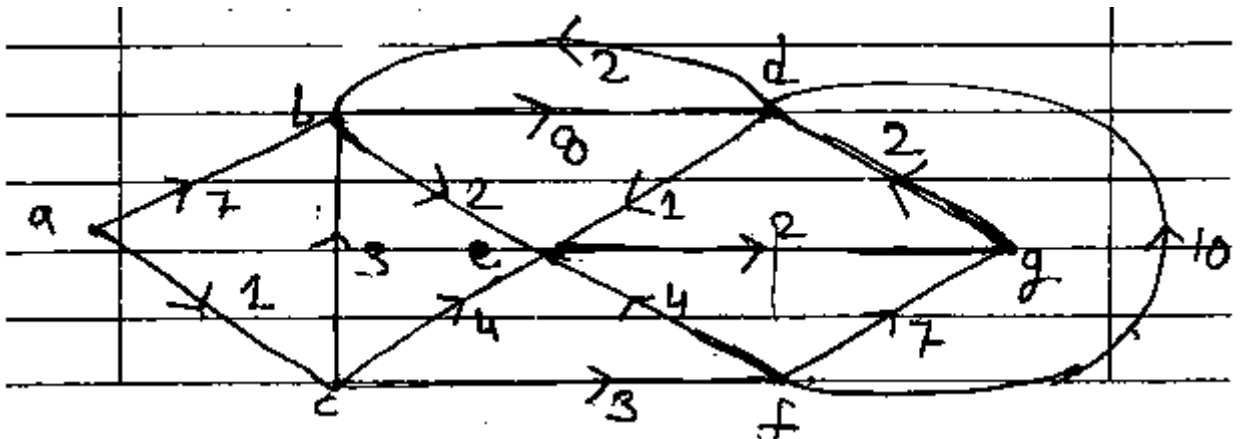
एक तुल्यता सम्बन्ध होता है।

4. i Let $A = \{a, b, c\}$ be a finite set and the inclusion relation \subseteq be the partial order relation the power set $P(A)$. Then draw the Hasse diagram of the poset $(P(A), \subseteq)$.
माना $A = \{a, b, c\}$ एक परिमित समुच्चय है तथा अन्तर्विष्ट सम्बन्ध \subseteq घात समुच्चय $P(A)$ पर एक आंशिक क्रम सम्बन्ध है, तब पोसेट $(P(A), \subseteq)$ का हैस आरेख ज्ञात कीजिए।
OR
- ii Prove that the dual of a lattice is also a lattice.
सिद्ध कीजिए कि किसी जालक का द्वैती भी एक जालक होता है।
5. i Prove that the number of edges in a simple graph G with n vertices and k connected components ($k \geq 1$) can not exceed $\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$.
सिद्ध कीजिए कि यदि किसी सरल ग्राफ G में n शीर्ष तथा k संबंध घटक ($k \geq 1$), तब G में कोरों की संख्या $\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$ से अधिक नहीं हो सकती।
OR
- ii Show that if $G = (V, E)$ is a bipartite graph with n vertices, then the total number of edges in G can not exceed $n^2/4$.
प्रदर्शित कीजिए कि यदि किसी द्विखंडी ग्राफ $G = (V, E)$ में n शीर्ष हैं, तो $n^2/4$ से अधिक कोरें नहीं हो सकती है।
6. i Prove that A tree with n vertices has exactly $n - 1$ edges.
सिद्ध कीजिए कि n शीर्षों पर प्रत्येक वृक्ष में यथार्थतः $n - 1$ कोरें होती हैं।
OR
- ii If T is a binary tree with n vertices and of height h , then show that $h + 1 \leq n \leq 2^{h+1} - 1$
यदि द्विचर वृक्ष T में n शीर्ष तथा वृक्ष की ऊंचाई h है तब प्रदर्शित कीजिए कि $h + 1 \leq n \leq 2^{h+1} - 1$

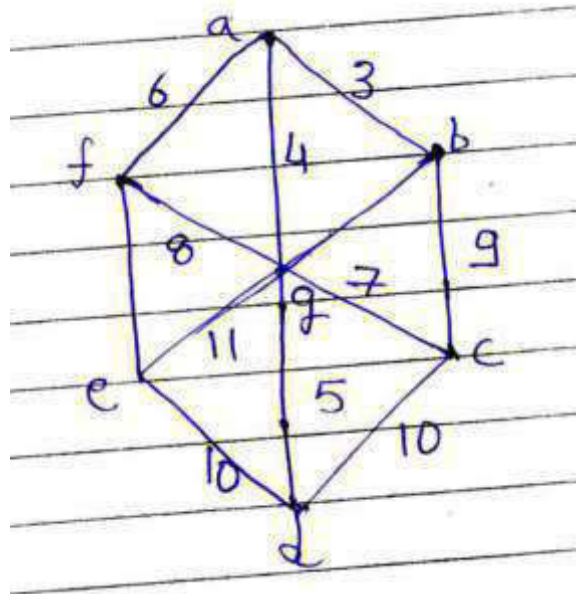
PART - C

भाग - स

7. Find the generating functions of the following sequence: $0^2, 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots$
निम्न अनुक्रम के जनक फलन को ज्ञात कीजिए: $0^2, 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots$
8. If p, q, r are any 3 statements, then show that:
यदि p, q, r कोई 3 प्रकथन है, तब प्रदर्शित कीजिए कि:
(i) $(\sim p \wedge (p \vee q)) \rightarrow q$ is a tautology (एक पुनरुक्ति है)
(ii) $(p \vee (p \wedge q)) \Leftrightarrow p$
9. Find the disjunctive normal form of the following Boolean functions:
निम्नलिखित बूलिय फलनों का वियोजी प्रसामान्य रूप ज्ञात कीजिए:
(i) $f(x_1, x_2, x_3) = [(x_1' + x_2') + (x_2' + x_3)']' + x_2 \cdot x_3$
(ii) $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2) \cdot (x_1 + x_2') \cdot (x_1' + x_3)$
10. Find the shortest path between the vertices a and g in the following directed weighted graph:
निम्नदिष्ट भारित ग्राफ में शीर्षों a तथा g के मध्य न्यूनतम मार्ग दूरी ज्ञात कीजिए:



11. Find the minimal spanning trees for the weighted graph shown in the following figure using Kruskal's and Prim's algorithms.
निम्न चित्र में प्रदर्शित भारित ग्राफ के लिए क्रस्कल-विधि तथा प्रिम-विधि के अंतर्गत न्यूनतम जनक वृक्ष ज्ञात कीजिए:



Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC. Semester-VI (SUMMER-2019)

BSMT612 REAL ANALYSIS

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A

भाग - अ

- Write Archimedian property of real numbers. वास्तविक संख्याओं का आर्किमिडीय गुणधर्म लिखिए।
 - Define ordered field. क्रमित क्षेत्र को परिभाषित कीजिए।
 - Define limit point of set. समुच्चय के सीमा बिन्दु को परिभाषित कीजिए।
 - Define renumerable infinite set. अपरिमित गणनीय समुच्चय को परिभाषित कीजिए।
 - Write Cauchy's definition of continuity. सांतत्य की कोशी की परिभाषा लिखिए।
 - Define removable discontinuity. निराकरणय असंतत्य को परिभाषित कीजिए।
 - State inter variable value theorem. अन्तवर्ती मान प्रमेय का कथन लिखिए।
 - Define lower and upper Darboux sum. निम्न एवं उपरी डार्बू योग को परिभाषित कीजिए।
 - Write Riemann's criterion for integrability. समाकलनीयता के लिए रीमान कसौटी लिखिए।
 - Test the continuity and differentiability of the following function at $x = 2$:
निम्न फलन का $x = 2$ पर सांतत्य एवं अवकलनीयता की जांच कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & x < 2 \\ 5-x, & x \geq 2 \end{cases}$$

PART – B

भाग - ब

- If F is an ordered field and $x, y, z, a \in F$, then prove that $x > y > 0 \Rightarrow 0 < 1/x < 1/y$
यदि F एक क्रमित क्षेत्र है तथा $x, y, z, a \in F$ हो, तो सिद्ध करें कि $x > y > 0 \Rightarrow 0 < 1/x < 1/y$
OR
 - Prove that an ordered field is infinite field.
सिद्ध कीजिए कि क्रमित क्षेत्र अनंत क्षेत्र है।
- Prove that R is not a compact set.
सिद्ध करिए कि R संहत समुच्चय नहीं है।
OR
 - Prove that the intersection of a finite collection of open sets is an open set.
सिद्ध कीजिए कि विवृत समुच्चयों का प्रत्येक परिमित सर्वनिष्ठ निर्धारण एक विवृत समुच्चय होता है।
- Test the continuity at $x = 0$, for the following function:
निम्न फलन की $x = 0$, पर सांतत्य की जांच कीजिए:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - |x|}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

OR

- ii Examine the continuity at $x = 0$, for the following function:

निम्न फलन की $x = 0$, पर सांतत्य की जांच कीजिए:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

5. i For the function $f(x) = x|x| \forall x \in R$, show that $f'(x) = 2|x| \forall x \in R$.

फलन $f(x) = x|x| \forall x \in R$ के लिए प्रदर्शित कीजिए कि $f'(x) = 2|x| \forall x \in R$

OR

- ii Verify the Rolle's theorem $f(x) = e^x(\sin x - \cos x)$, $x \in [(\pi/4), (5\pi/4)]$

रोल प्रमेय का सत्यापन कीजिए $f(x) = e^x(\sin x - \cos x)$, $x \in [(\pi/4), (5\pi/4)]$

6. i If f is defined on $[0, a]$, $a > 0$ by $f(x) = x^2$ and $x \in [0, a]$ then show that $f \in R [0, a]$ and $\int_0^a f(x)dx = \frac{a^3}{3}$

यदि f अंतराल $[0, a]$ में परिभाषित $f(x) = x^2$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $f \in R [0, a]$ तथा $\int_0^a f(x)dx = \frac{a^3}{3}$ होंगे, जहाँ $a > 0$ और $x \in [0, a]$

OR

- ii Let f be a function on $[0, 1]$ defined by $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \neq 1/2 \\ 0, & \text{if } x = 1/2 \end{cases}$ then show that

$f \in R [0, 1]$ and evaluate $\int_0^1 f(x)dx$.

यदि f अंतराल $[0, 1]$ के लिए निम्न तरह से परिभाषित हो $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \neq 1/2 \\ 0, & \text{if } x = 1/2 \end{cases}$ तो दिखाइए कि

$f \in R [0, 1]$ तथा $\int_0^1 f(x)dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

PART - C

भाग - स

7. Prove that between two different real numbers there lie an infinite numbers of rational numbers.

सिद्ध कीजिए कि किन्हीं दो भिन्न वास्तविक संख्याओं के मध्य अनंत परिमेय संख्याएँ विद्यमान होती हैं।

8. Show that every infinite bounded set has at least one limit point.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक असीमित परिबद्ध समुच्चय का कम से कम एक सीमा बिन्दु होता है।

9. Prove that the function $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0 \\ 5x - 4, & 0 < x \leq 1 \\ 4x^2 - 3x, & 1 < x < 2 \\ 3x - 4, & x \geq 2 \end{cases}$ is continuous at $x = 1$ and $x = 2$,

but is discontinuous at $x = 0$.

सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0 \\ 5x - 4, & 0 < x \leq 1 \\ 4x^2 - 3x, & 1 < x < 2 \\ 3x - 4, & x \geq 2 \end{cases}$ $x = 1$ तथा $x = 2$ पर संतत् है,

परन्तु $x = 0$ पर असंतत् है।

10. Prove that the function $f(x) = |x - 1| + 2|x - 2| + 3|x - 3|$; $x \in R$ is continuous but not differentiable at $x = 1, 2, 3$.

सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = |x - 1| + 2|x - 2| + 3|x - 3|$; $x \in R$ बिन्दुओं $x = 1, 2, 3$ पर संतत् है परन्तु अवकलनीय नहीं है।

11. Let f be bounded on $[a, b]$, then prove that f is R -integrable over $[a, b]$ iff given $\varepsilon > 0$ there exists a partition P of $[a, b]$ such that $0 \leq U(f, P) - L(f, P) < \varepsilon$

यदि फलन f अंतराल $[a, b]$ पर परिबद्ध है, तो सिद्ध कीजिए कि फलन f तभी और केवल R -समाकलनीय है जबकि प्रत्येक $\varepsilon > 0$ के लिए अंतराल $[a, b]$ का ऐसा कोई विभाजन P विद्यमान हो कि $0 \leq U(f, P) - L(f, P) < \varepsilon$

Writing anything except Roll Number on question paper will be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.

प्रश्नपत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी लिखना अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।

B.SC. SEMESTER-VI (SUMMER-2019)
BSMT613 COMPUTER ORIENTED NUMERICAL ANALYSIS

Time – Three Hours

Maximum Marks – 80

Note:

- All questions are compulsory in Part A. The answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 2 marks.
भाग- अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं | इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं | प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
- Attempt FIVE questions in all from Part B, selecting ONE question either (i) or (ii) from each question. Answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 6 marks.
भाग - ब से प्रत्येक प्रश्न में से (i) अथवा (ii) का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है |
- Attempt 3 questions in all from Part C. Answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.
भाग - स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो | प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है |

PART – A**भाग अ**

- What is an array? ऐरे क्या है?
 - Explain basic structure of a C-program. C-प्रोग्राम के बेसिक स्ट्रक्चर को समझाइए।
 - Explain Gauss elimination method. गॉस विलोपन विधि की व्याख्या कीजिए।
 - Define Descarte's rule of sign. डेकार्टे के चिन्ह नियम को परिभाषित कीजिए।
 - Write down the formula for Picards method. पिकार्ड की विधि का सूत्र लिखिए।
 - Write down the formula for Runge- Kutta fourth order method. रुंगे कुट्टा चतुर्थ धात विधि का सूत्र लिखिए।
 - Divide $x^4-4x^3+6x^2-4x+1$ by $(3x-2)$ by synthetic division method. $x^4-4x^3+6x^2-4x+1$ का सिंथेटिक विभाजन $(3x-2)$ से कीजिए।
 - Write down the normal equation for fitting straight line $y=a+bx$ रेखा $y=a+bx$ की फिटिंग के लिए अभिलम्ब समीकरण लिखिए।
 - Multiply (गुणा कीजिए): .4546E5 to .4554E5.
 - Define the following निम्न को परिभाषित कीजिए :
 - Absolute error (पूर्ण त्रुटि)
 - Relative error (सापेक्ष त्रुटि)

PART – B**भाग ब**

- Define errors in numerical computation in detail. आंकिक गणनाओं में त्रुटियों के विस्तार को समझाइए।

OR

 - Differentiate between the accuracy and precision. सटीकता और परिशुद्धता के मध्य अंतर कीजिए।

3. i Write the algorithm of synthetic division.
सिंथेटिक विभाजन का एल्गोरिदम लिखिए।
OR
- ii Find the root of the equation $x^2+4\sin x=0$. Correct to four places of decimal by using Newtons-Raphson method.
न्यूटन रेफसन विधि द्वारा चार पुनरावृत्ति में समीकरण $x^2+4\sin x=0$ का मूल ज्ञात कीजिए।
4. i Given $\frac{dy}{dx} = x + y^2$ with $y = 1$ when $x = 1$. Find the solution for $x=1.1, 1.2$ using Eulers method.
आयलर विधि का प्रयोग करते हुए $x=1.1, 1.2$ के लिए हल कीजिए यदि दिया हुआ है $\frac{dy}{dx} = x + y^2$ जहाँ $y = 1$ तथा $x = 1$ है।
OR
- ii Given that $\frac{dy}{dx} = xy$ with initial condition that $y = 1$ when $x = 0$. Find x for $x = 0.2$ by modified Euler method.
दिया हुआ है $\frac{dy}{dx} = xy$ प्रारंभिक शर्त $y = 1$ पर $x = 0$ तब $x = 0.2$ पर आयलर संशोधक विधि द्वारा y ज्ञात कीजिए।
5. i Apply Gauss-Scidal iteration method to solve the following equation:
गॉस सीडल पुनरावृत्ति विधि का प्रयोग कर निम्न समीकरण निकाय हल कीजिए:

$$83x+11y-4z = 95$$

$$7x+52y-13z = 104$$

$$3x+8y+29z = 71$$
- OR**
- ii Solve by Gauss elimination method:
गॉस विलोपन विधि से हल कीजिए:

$$2x+8y+2z = 14$$

$$x+6y-z = 13$$

$$2x-y+2z = 5$$
6. i What is closed loop control system?
एक बंद पाश नियंत्रण प्रणाली क्या है?
OR
- ii Write a C program to find largest of two numbers.
दो नंबरों में से बड़ा नंबर जानने के लिए C भाषा में प्रोग्राम लिखिए।

PART – C भाग स

7. With the help of suitable example explain “significant digit”.
उपयुक्त उदाहरण की सहायता से महत्वपूर्ण अंक की व्याख्या कीजिए।
8. Find the real root of the equation $x \log_{10} x - 1.2 = 0$. Correct to the five places of decimal using Regula false method.
मिथ्या विधि से $x \log_{10} x - 1.2 = 0$ के वास्तविक मूल पाँच दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए।
9. Use Picard method to solve $\frac{dy}{dx} = 1 + xy$ with $x_0 = 2, y_0 = 0$
पिकार्ड विधि का प्रयोग करते हुए $\frac{dy}{dx} = 1 + xy$ को हल कीजिए यदि दिया हुआ है $x_0 = 2, y_0 = 0$
10. Fit a second degree parabola to the following data:
निम्नलिखित डेटा के लिए एक द्विघातीय परवलज को फिट कीजिए
- | | | | | | |
|----|---|---|----|----|----|
| x: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y: | 1 | 5 | 10 | 22 | 38 |
11. Write a C program to sum of two matrix.
दो मैट्रिक्स के योग के लिए C भाषा में प्रोग्राम लिखिए।